

Zugfestigkeit von Beton in örtlich
veränderlichen Beanspruchungszuständen

- Gradientenwirkung -

Dr.-Ing. György Iványi

Braunschweig, 1976

Inhaltsverzeichnis

| | Seite |
|--|-------|
| 1. Einleitung | 1 |
| 1.1. Allgemeines | 1 |
| 1.2. Problemstellung | 2 |
| 1.3. Zielsetzung | 5 |
| 2. Zugfestigkeit von Beton | 7 |
| 2.1. Mechanismus des Versagens infolge Zugbeanspruchungen | 7 |
| 2.2. Ermittlung der Zugfestigkeit | 23 |
| 2.2.1. Zentrischer Zugversuch | 23 |
| 2.2.2. Biegezugversuch | 43 |
| 2.2.3. Spaltzugversuch | 52 |
| 2.2.4. Sonstige indirekte Methoden | 62 |
| 2.2.5. Kritische Betrachtungen | 75 |
| 2.3. Einflußparameter der Zugfestigkeit | 76 |
| 2.3.1. Allgemeines | 76 |
| 2.3.2. Belastungs- und Dehngeschwindigkeit | 77 |
| 2.3.3. Spannungszustand | 78 |
| 2.3.4. Materialstruktur | 88 |
| 2.3.5. Geometrie | 98 |
| 2.3.6. Abschließende Bemerkungen | 104 |
| 3. Festigkeitshypothesen für spröde Stoffe unter Zugbeanspruchungen | 105 |
| 3.1. Allgemeines | 105 |
| 3.2. Bruchmechanische Überlegungen | 107 |
| 3.3. Statistische Aspekte des Spröddbruches | 120 |
| 4. Ein strukturorientiertes statistisches Festigkeitsmodell für zugbeanspruchten Beton | 124 |
| 4.1. Allgemeines | 124 |
| 4.2. Rechenmethode | 127 |
| 4.2.1. Statistisches Modell | 127 |
| 4.2.2. Finites Element-Modell | 131 |
| 4.3. Rechenergebnisse | 135 |
| 4.3.1. Allgemeines | 135 |
| 4.3.2. Zentrische Zugversuche | 137 |
| 4.3.3. Biegezugversuche | 140 |
| 4.4. Diskussion der Ergebnisse | 147 |
| 5. Ausblick | 156 |
| Literaturverzeichnis | |
| Anhang | |

1. Einleitung

1.1. Allgemeines

Beton¹⁾ ist ein spröder, vom Aufbau her makroskopisch heterogener Baustoff, bestehend aus Zuschlag (Sand und Grobkorn), Zementstein, chemisch-physikalisch gebundenem Wasser und Poren verschiedener Größenordnung. Seine komplexen mechanischen Eigenschaften lassen sich vereinfachend auf die der Hauptkomponenten

- Zuschlag
- Mörtelmatrix und
- Verbund zwischen beiden

zurückführen.

Wie für viele andere spröde Stoffe, ist auch für Beton charakteristisch, daß seine Zugfestigkeit nur einen Bruchteil der Druckfestigkeit ausmacht.

Auf diese Größe wird daher in der Regel bei Ermittlung des Widerstandes gegen die äußeren Beanspruchungen verzichtet; nur in wenigen Fällen wird einem unbewehrten Betonquerschnitt planmäßig die Aufnahme von Zugspannungen zugewiesen.

Hinreichende Kenntnisse über die Zugfestigkeit von Beton fehlten lange Zeit. Der Grund hierfür liegt sowohl an der eben erwähnten "untergeordneten" Rolle als auch an der äußerst schwierigen direkten Bestimmbarkeit dieser Größe. Letzteres führte bekanntlich zu zahlreichen indirekten Prüfmethoden zur Ermittlung der Zugfestigkeit von spröden Stoffen wie auch von Beton. Erst mit der heutigen modernen Versuchstechnik, insbesondere mit der Einführung hochwertiger Kunststoffkleber können Zerreißversuche nunmehr so durchgeführt werden, daß die hierbei ermittelten Bruchlasten tatsächlich als die direkte, zentrische Zugfestigkeit betrachtet werden dürfen.

¹⁾ In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich ein Normal-

Außer einer unmittelbaren Anwendbarkeit von Zugversuchsergebnissen sind vertiefte Kenntnisse über den Bruchvorgang bei Zugbeanspruchungen auch deshalb erforderlich, weil diese gleichzeitig zur Klärung des Materialverhaltens unter beliebigen Spannungszuständen beitragen. Von einer in jüngster Zeit auch im Bereiche der Felsmechanik zunehmend einsetzenden Forschungstätigkeit auf diesem Gebiet, zusammen mit den Anstrengungen der im kerntechnischen Ingenieurbau sowie der Strukturforschung von Beton, kann daher erwartet werden, daß ein hierdurch wesentlich erweiterter Kenntnisstand auch der Lösung praktischer Probleme im konstruktiven oder technologischen Bereich zugute kommt.

1.2. Problemstellung

Abweichend vom Spannungszustand eines auf zentrischen Zug beanspruchten Versuchskörpers geringer Querschnittsabmessungen treten Zugspannungen in Beton im allgemeinen

- mit mehr oder weniger stark veränderlicher Verteilung ("Spannungsgradient") und

- in unterschiedlich großen Bereichen ("Geometrie")

auf. Zusammen mit dem vom Strukturaufbau abhängigen Parameter "Heterogenität" stellen "Geometrie" und "Spannungsgradient" jene Einflußgrößen dar, welche die Zugfestigkeit spröder Stoffe wie Beton am stärksten beeinflussen. Zusätzlich kommt zwar auch noch der Einfluß unterschiedlich hoher Dehngeschwindigkeiten auf die Zugfestigkeit hinzu, dieser Parameter ist jedoch allgemeiner Natur; hierdurch eintretende Festigkeitsänderungen sind sowohl für andere Beanspruchungszustände (z.B. Druck) als auch für andere, duktile Werkstoffe (z.B. Metalle) charakteristisch.

Einige Beispiele mögen die Vielschichtigkeit der Einflußgrößen der Zugfestigkeit von Beton verdeutlichen:

- Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe (z. B. LINDNER u. SPRAGUE [94]);
- Abhängigkeit der Stempeldruckfestigkeit von der Probengröße (z. B. HODGSON u. COOK [65]);
- die vielfach höhere "Zugfestigkeit" eines Hohlzylinders unter Innendruck als die entsprechende zentrische Zugfestigkeit (z.B. MARTIN [98]);
- Einfluß der max. Korngröße auf das Verhältnis der verschiedenartig ermittelten Zugfestigkeiten (z. B. JOHNSTON u. SIDWELL [80]).

Es sind dies Probleme, die bis heute nur äußerst lückenhaft geklärt sind; die für ihre Erläuterung vorgebrachten Argumente reichen hierfür in der Regel nur zum Teil aus.

So vermutet z. B. KAPLAN [85] , daß die bei seinen Versuchen stets über der Spaltzugfestigkeit liegende Biegezugfestigkeit mit der unteren Betonierlage der Zugzone der verwendeten Prüfkörper zusammenhängt. WRIGHT [150] erklärt die geometriebedingte Abweichung der Biegezugfestigkeit von der zentrischen Zugfestigkeit z.T. mit statistischen Einflüssen, d.h. mit der bei Biegebalken gegebenen schnellen Änderung der Versagenswahrscheinlichkeit über die Höhe der Zugzone. Darüber hinaus führt Wright einen Teil der höheren Biegezugfestigkeit von niedrigeren Balken auf eine bei niedrigen und hohen Balken gleich groß gewählte Belastungsgeschwindigkeit zurück, die in Abhängigkeit von der Balkenhöhe unterschiedlich hohe Dehngeschwindigkeiten ergibt. Schließlich weist Wright darauf hin, daß bei seinen Versuchen mit zunehmenden Balkenabmessungen ein Festigkeitsabfall allgemein festzustellen war.

GLÜCKLICH u. COHEN [48] vertreten die Meinung, daß die Geometrieabhängigkeit der Biegezugfestigkeit nur eine indirekte Beziehung ist. In Wirklichkeit wird durch Veränderungen in der Körpergeometrie das Speichervermögen an elastischer Energie verändert. Zum größeren Volumen gehört mehr gespeicherte elastische Energie, die zur Beschleunigung der instabilen Rißfortpflanzungsphase dient, wodurch die Biegezugfestigkeit herabgesetzt wird.

TUCKER [136] versucht, die ihm seinerzeit zur Verfügung stehenden Versuchsdaten über die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von den Körperabmessungen ausschließlich nach statistischen Aspekten zu werten.

In einer Anzahl älterer (z.B. LINDNER u. SPRAGUE [94]) und auch neuerer Arbeiten (z.B. WAGNER-GREY [139]) wird schließlich auf eine mehr oder weniger stark gekrümmte Spannungs-Dehnungslinie oder gar auf die Annahmen der Plastizitätstheorie zurückgegriffen, um den Einfluß eines Spannungsgradienten und der damit verbundenen starken Abhängigkeit der Zugfestigkeit von der Körpergeometrie zu erläutern — ein Vorgehen, das den bisher beobachteten physikalischen Tatsachen widerspricht.

Die hier nur beispielhaft zusammengestellten Hypothesen, die meistens nur Teilaspekte des komplexen Zusammenhanges

Festigkeit $\approx f$ (Strukturaufbau, Spannungsverteilung, Körpergeometrie)

zu erklären vermögen, lassen zumindest qualitativ erkennen, daß viele z. T. grundsätzliche Probleme der Zugfestigkeit von Beton noch weithin ungelöst sind. Der Einsatz von modernen, verformungsgesteuerten Prüfmaschinen und leistungsfähigen Versuchstechniken zur Verwirklichung präziser einachsiger Spannungszustände hatten zwar die Klärung einiger Fragen ermöglicht; zentrale Zugversuche stellen jedoch in dem oben angegebenen Zusammenhang nur einen Sonderfall, nämlich den Fall einer homogenen Spannungsverteilung, dar.

Insbesondere, über den Einfluß des Strukturaufbaues auf die anderen zwei Parameter existieren bisher kaum verwertbare Ergebnisse. Die Heterogenität, z.B. durch die Angabe der maximalen Korngröße gekennzeichnet, ist als eine wesentliche Einflußgröße der Festigkeit von Beton zwar seit längerem bekannt (vgl. z.B. WALKER u. BLOEM [140]), bruchmechanische und statistische Festigkeitshypothesen nehmen hierauf jedoch bisher keine Rücksicht und können daher derzeit nicht die Grundlage zur Erläuterung der noch unbekannten Zusammenhänge bilden.

In Anbetracht der hier nur im Ansatz geschilderten Probleme ist es nicht ganz unverständlich, wenn in einigen Arbeiten (z. B. HARDY et al. [53]) die Meinung vertreten wird, die Zugfestigkeit spröder Stoffe sei im mechanischen Sinne kein Werkstoffkennwert, sei vielmehr - wie die vielen Parameter zeigen - eine "abgeleitete" Größe. Wenngleich man sich dieser Meinung vom theoretischen Standpunkt her anschließen könnte, wären die praktischen Auswirkungen solcher Annahmen, die an Prüfkörpern ermittelbare Festigkeitsgrößen grundsätzlich in Frage stellen, wohl kaum tragbar und daher auch nicht anstrebenswert. Vielmehr sollten die Bemühungen dahingehend verstärkt werden, die hier angesprochenen Probleme fundierter zu klären, um in dieser Weise den funktionellen Zusammenhang zwischen den einzelnen Parametern der "Festigkeit" spröder Stoffe herstellen zu können.

1.3. Zielsetzung

In der vorliegenden Studie wird versucht, einige der im vorangegangenen Abschnitt erörterten Probleme zu klären. Aus diesem Grunde werden zunächst in Abschnitt 2 die bisher in der Literatur für die Zugfestigkeit spröder Stoffe auffindbaren Ergebnisse gesichtet und im Hinblick auf die Parameter "Strukturaufbau", "Spannungsverteilung" und "Geometrie" besprochen. Dieser mehr als hundert Arbeiten umfassende Überblick über die Forschungstätigkeit der Vergangenheit ist unerlässlich, um Lücken

und Widersprüche in den bisherigen theoretischen Annahmen bei den gängigen bruchmechanischen und statistischen Festigkeitshypothesen in Abschnitt 3 aufzeigen zu können.

In Abschnitt 4 wird ein strukturorientiertes Modell zum besseren Verständnis der "Zugfestigkeit" von Beton vorgestellt. Es wird davon ausgegangen, daß die Struktur spröder Stoffe in repräsentative Volumeneinheiten (RVE) aufgeteilt werden kann, von deren streuenden Festigkeitseigenschaften das mechanische Verhalten eines beliebig beanspruchten und geformten Körpers abhängig ist. Durch die Einführung der RVE kann den Belangen verschiedener spröder Stoffe mit unterschiedlichem Strukturaufbau im Einklang mit der bisher vorliegenden experimentellen Erfahrung Rechnung getragen werden.

Die mechanische Untersuchung eines aus RVE zusammengesetzten Körpers bei beliebiger Beanspruchung erfolgt mit der Finiten-Element-Methode (FEM), die eine gegenseitige Beeinflussung der einzelnen RVE im Verlaufe des Bruchvorganges zu berücksichtigen erlaubt und daher eine bekannte Schwäche der bisherigen statistischen Festigkeitshypothesen beseitigt. Als erster Schritt werden dabei balkenartige, auf zentrischen Zug und Biegezug beanspruchte Prüfkörper untersucht. Mithin ist die angenommene Dehnungsverteilung konstant bzw. linear; andere Körperformen und Dehnungsverteilungen bleiben einer weiteren Arbeit vorbehalten.

In Abschnitt 5 werden schließlich Möglichkeiten zur Verbesserung des Modells erörtert, Hinweise für eine bessere Berücksichtigung der Festigkeitseigenschaften von Beton auf Zug in numerischen Berechnungen gegeben und auf die Notwendigkeit und Zielrichtung weiterer experimenteller Untersuchungen hingewiesen.

2. Zugfestigkeit von Beton

2.1. Mechanismus des Versagens infolge Zugbeanspruchungen

Spröde Stoffe sind "rein amorph oder technisch amorph" (FREUDENTHAL [42]) und enthalten daher eine sehr ungleichmäßige Verteilung der atomaren und molekularen Bindungskräfte, die im allgemeinen um mehrere Größenordnungen über den makroskopischen Festigkeiten liegen. Die Unregelmäßigkeit ihrer Struktur reicht häufig bis in den makroskopischen Bereich, so daß die Annahme eines Kontinuums bzw. die Anwendung des von der Bezugsfläche unabhängigen Begriffs "Spannung" stets nur als mehr oder weniger grobe Idealisierungen gelten.

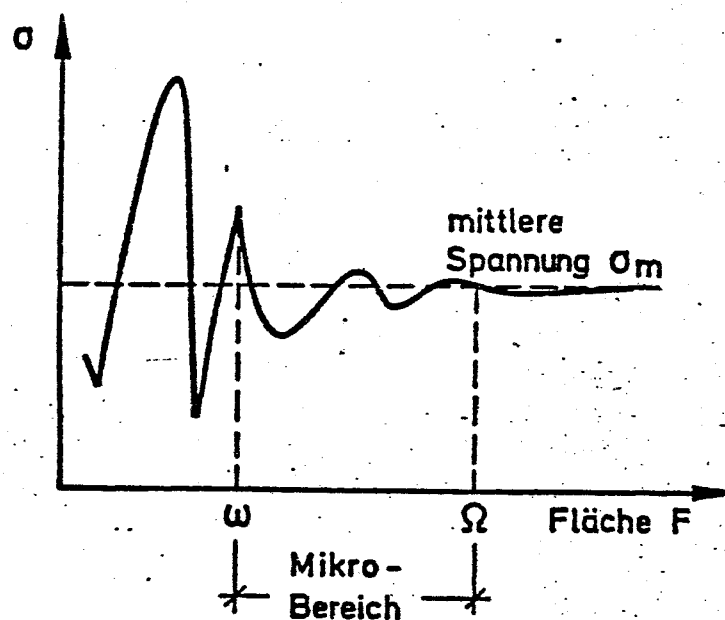


Bild 2.1

Bild 2.1 verdeutlicht schematisch diesen Zusammenhang nach STROEVEN [131]. Hierbei ist der Mittelwert einer von außen aufgetragenen Spannung $\sigma = P/F$ über die Fläche F einer jeweils betrachteten Volumeneinheit aufgetragen. Beide erwähnten Begriffe können demnach sinnvoll nur im Bereich $F > \omega$ ("Mikrobereich") bzw. vielmehr $F > \Omega$ ("Makrobereich") verwendet werden.

wo $\sigma = P/F$ bezogen auf eine beliebige Flächeneinheit mit angemessener Streuung den inneren Spannungszustand der Volumeneinheit im Sinne der Kontinuumsmechanik beschreibt. Bei Beton liegt der Bereich $\omega + \Omega$ je nach Zusammensetzung in der Größenordnung von einigen cm^2 , bei Gips z. B. von einigen mm^2 .

Entsprechend diesem Strukturaufbau ist jeder Belastungsvorgang von spröden Stoffen mit örtlich hohen Spannungsspitzen und einer infolgedessen ständig fortschreitenden inneren Zerstörung verbunden (PHILLESO [16]). Der Bruch als ein örtlich begrenzter Zerfall tritt dann ein, wenn ein zusammenhängendes Netz von Diskontinuitäten (Rissen) die Ausbildung durchgehender Bruchflächen ermöglicht. Besondere Aspekte dieses Prozesses, einschließlich Beobachtungsmethoden und Einflußgrößen können einer umfassenden Studie von EIBL u. IVANYI [34] entnommen werden. Hier werden nur solche Einzelheiten erörtert, die der Zielsetzung der vorliegenden Arbeit entsprechen.

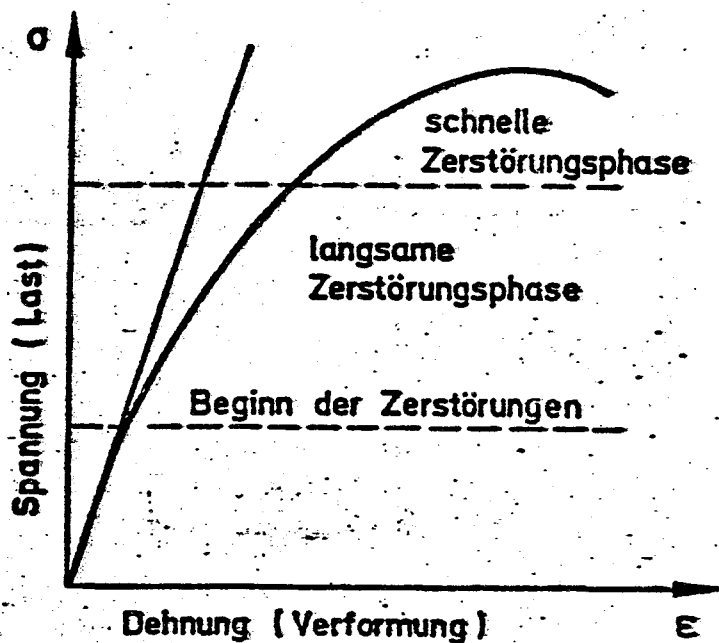


Bild 2.2

Spannungs-Verformungsdiagramme beliebig beanspruchter Probekörper aus spröden Stoffen zeigen einen mehr oder weniger stark ausgeprägten nichtlinearen Charakter, der - zumindest bei Kurz-

zeitbeanspruchungen - durch die erwähnten Mikrozerstörungen im Gefüge des Körpers begründet werden kann. Bild 2.2 stellt schematisch ein solches Verformungsdiagramm mit Angabe der einzelnen Phasen der inneren Zerstörungen dar (z.B. LOTT u. KESLER [95]). Das Verhältnis dieser Phasen zueinander und die Nichtlinearität der Verformungslinie hängen wesentlich von

- der Heterogenität und
- der Beanspruchungsart

ab. So zeigen stark heterogene Stoffe unter Druckbeanspruchung eine höhere Dehnfähigkeit als homogene Strukturen unter Zugbeanspruchung.

Der "plastizierende" Einfluß der Heterogenität ist vorwiegend durch die auch für Beton charakteristische Zerstörung des Haftverbundes an den Grenzflächen der einzelnen Phasen, insbesondere zwischen Zuschlag- und Mörtelmatrix erklärbar. Aus zahlreichen Versuchen (ALEXANDER [3], ALEXANDER et al. [4], HSU u. SLATE [66]) ist bekannt, daß die Verbundfestigkeit stets wesentlich niedriger als die Zugfestigkeit der Matrix oder gar die des Zuschlages liegt. Bild 2.3 zeigt entsprechende Versuchsergebnisse von Hsu u. Slate.

Neuere Untersuchungen von ZIMBELMANN [153] geben einen guten Einblick in die Natur dieses Verbundes. Mittels elektronenoptischer Methode stellte er fest, daß die Kontaktzone zwischen Zementstein und Zuschlag etwa nach Bild 2.4 ausgebildet ist. Abziehversuche, in welchen Haftbrüche von Zuschlag/Zementsteinproben erzielt wurden, ergaben weiterhin, daß der Bruch im frühen Alter stets in der Zwischenschicht, bestehend aus nadelförmigen und blättrigen Kristallen eintritt, später jedoch, infolge einer starken Verdichtung der nadelförmigen Kristalle in der Zwischenschicht, überwiegend zwischen Kontaktschicht und Zuschlagoberfläche. Hieraus ergibt sich eine zeitabhängig unterschiedliche Entwicklung der Oberflächenenergie beider Schichten (Bild 2.5).

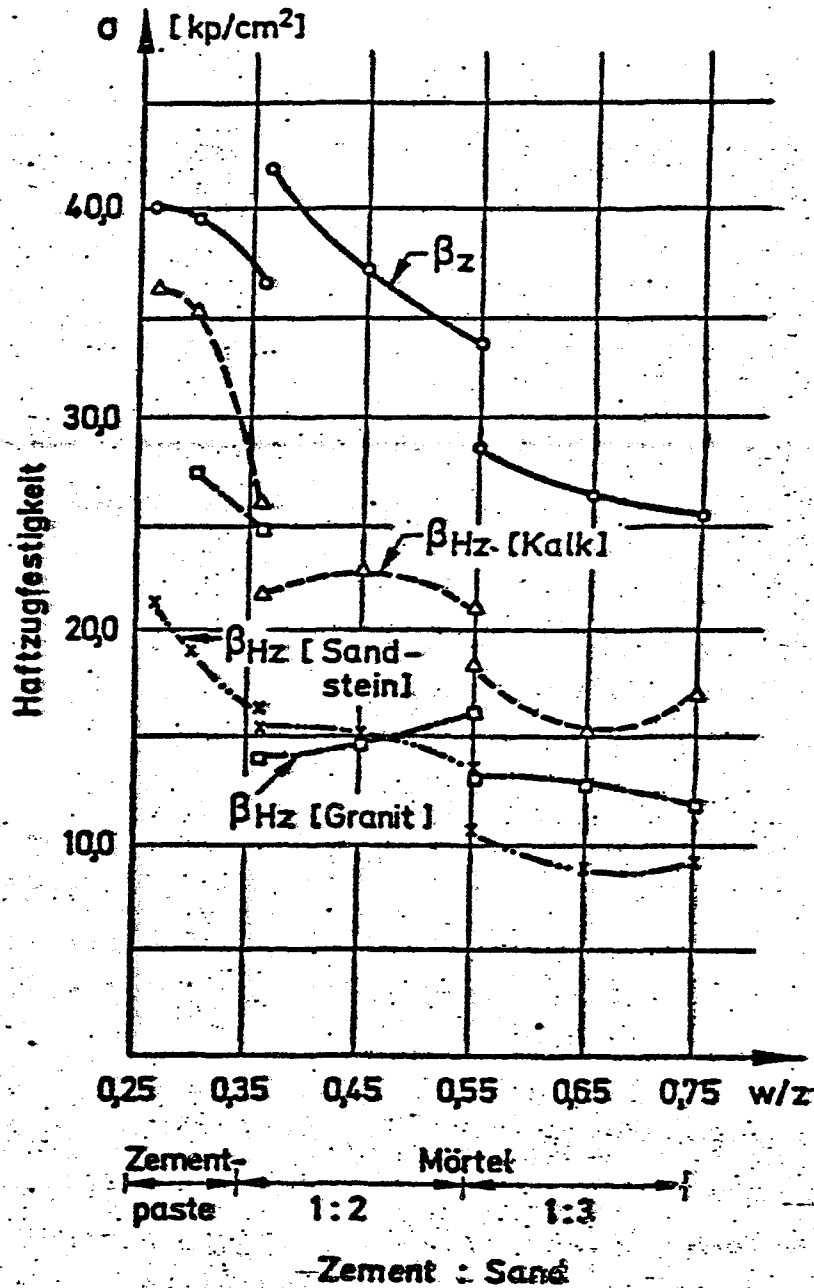


Bild 2.3

HILLEMEIER [60] führte erste Versuche zur quantitativen Angabe von bruchmechanischen Kennwerten der Kontaktzone durch, seine Ergebnisse bedürfen jedoch noch einer wesentlich vertieften Untersuchung.

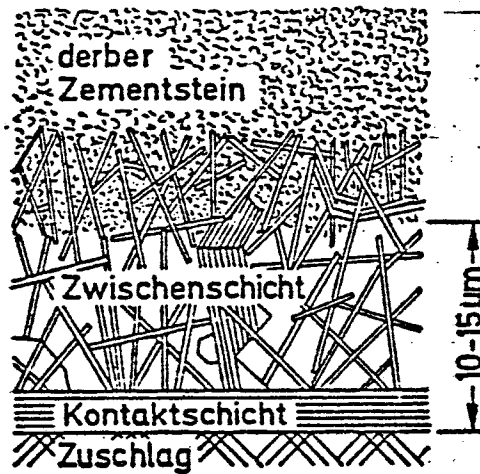


Bild 2.4

Meßergebnisse über die Verbundfestigkeit zwischen Kristallkorn und Matrix von natürlichen Gesteinen zeigen ebenfalls (SAVANIK u. JOHNSON [123]), daß die Verbundfestigkeit auch in diesem Falle erheblich unter der Eigenfestigkeit der Matrix liegt. Die grundsätzlichen Überlegungen im Hinblick auf die Rolle des heterogenen Strukturaufbaues scheinen demnach bei der Beurteilung der Festigkeitseigenschaften von natürlichen wie künstlichen Gesteinen gleichermaßen zu gelten.

Einen unmittelbaren Aufschluß über den Einfluß der Verbundfestigkeit auf die Druck- und Zugfestigkeit von Beton geben die Versuchsergebnisse von PATTEN [114], der beide Größen an Beton mit normalem Zuschlag und auch mit einem beschichteten, den Haftverbund nahezu voll ausschließenden Zuschlag - bei einem Volumenanteil der Grobzuschläge von 40 % - ermittelt. In den Bildern 2.6 und 2.7 sind die entsprechenden Versuchswerte gegenübergestellt; der unbeschichtete Zuschlag mit intaktem Verbund führt in beiden Fällen zu rd. 25 % höheren Festigkeiten.

Direkte Beobachtungen von Mikrorissen an Dünnschliffen, hergestellt aus vorher unterschiedlich hoch belasteten Probekörpern bei Zug- (KRISHNAWAMY [92]) wie Druckbeanspruchungen (HSU et al. [67]) ergaben, daß der Anteil von Verbundrisen in jeder Phase der Belastung überwiegt, und Risse in der Matrix erst beim Einsetzen der schnellen Zerstörungsphase einen nennenswerten

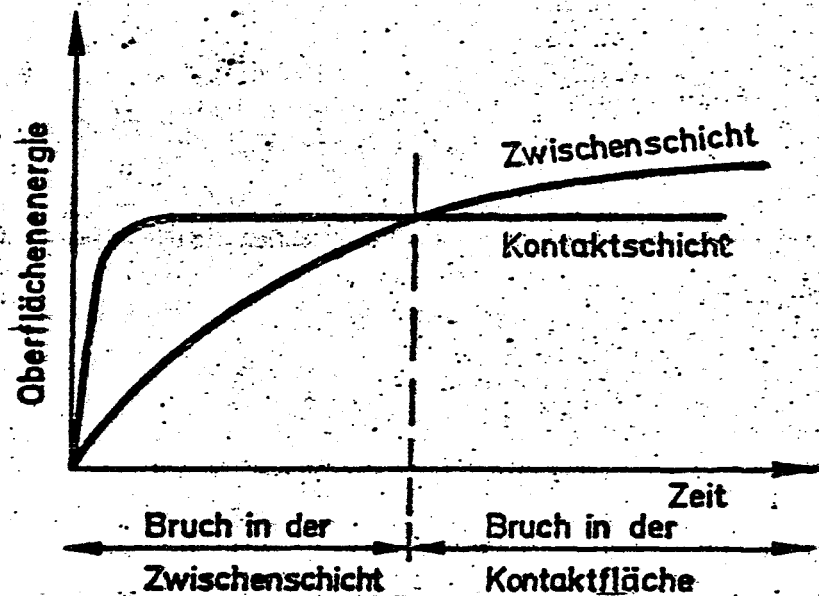


Bild 2.5

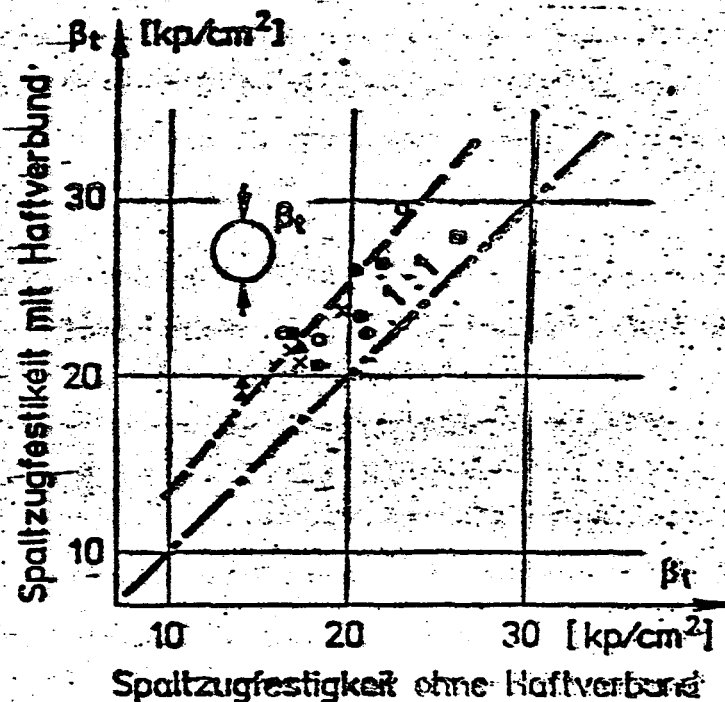


Bild 2.6

Anteil erreichen. Diese Beobachtungen enthalten zwar je nach Vergrößerungsmaßstab (STROEVEN [131]) bzw. Meßmethode (SWAN [132]) subjektive Elemente, geben jedoch zumindest die Tendenz der Mikrorißbildung richtig wieder und werden im wesentlichen auch durch indirekte Beobachtungsmethoden (z.B. mit Ultraschallmethoden, vgl. RÜSCH [120], GALAN [44], BIENIAWSKI [12], STROEVEN [131], usw.) bestätigt.

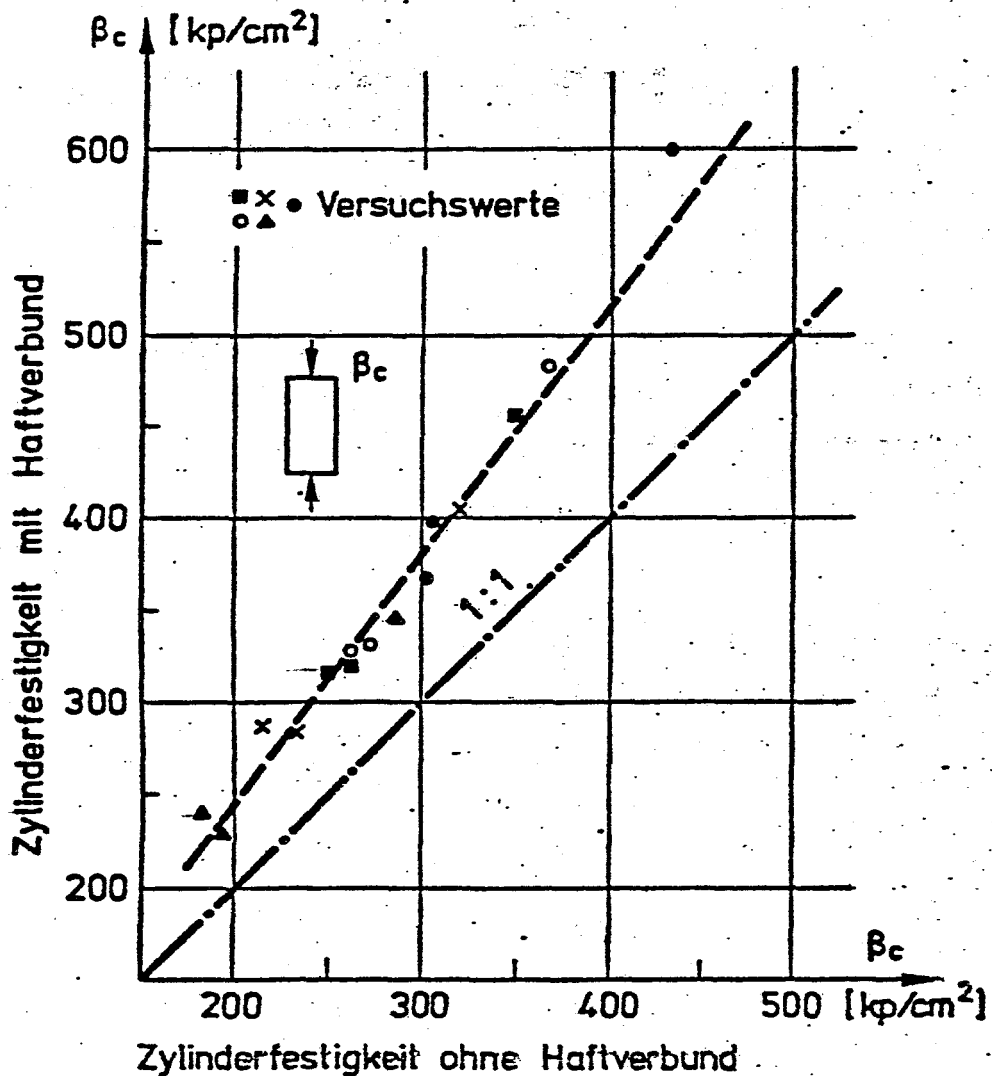


Bild 2.7

Statistische Untersuchungen zeigen (z.B. Stroeve), daß sich die Mikrorisse überwiegend nach der Richtung der im algebraischen Sinne kleinsten Hauptspannung orientieren. Bei ein-

achsiger Druckbeanspruchung folgt hieraus, daß die häufigste Rißrichtung der Druckrichtung entspricht (Bild 2.8). Die Rißbildung setzt zwar in diesem Falle die Steifigkeit des Probekörpers herab, verringert jedoch nicht die ursprüngliche Lasteintragungsfläche, was das bereits angedeutete große "Plastifizierungsvermögen" von heterogenen Probekörpern bei Druckbeanspruchungen erklärt.

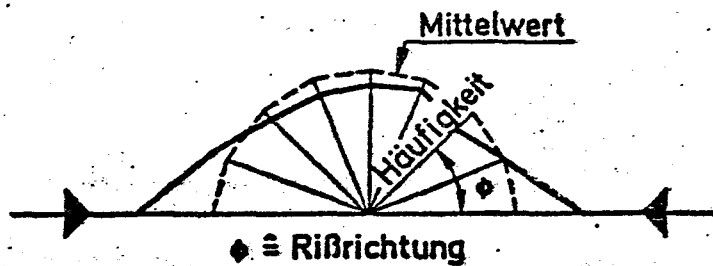


Bild 2.8

Im Gegensatz hierzu verringert die Bildung von Mikrorissen infolge einer Zugbeanspruchung stets die ursprünglich vorhandene Querschnittsfläche und erhöht somit die Beanspruchung der noch intakten Bereiche. Dieser Vorgang beschleunigt eine weitere Zerstörung und ergibt ein sprödes Verformungsverhalten als im Falle einer Druckbeanspruchung; das Vorhandensein einer langsameren Zerstörungsphase bleibt jedoch auch bei Zugbeanspruchungen deutlich erkennbar.

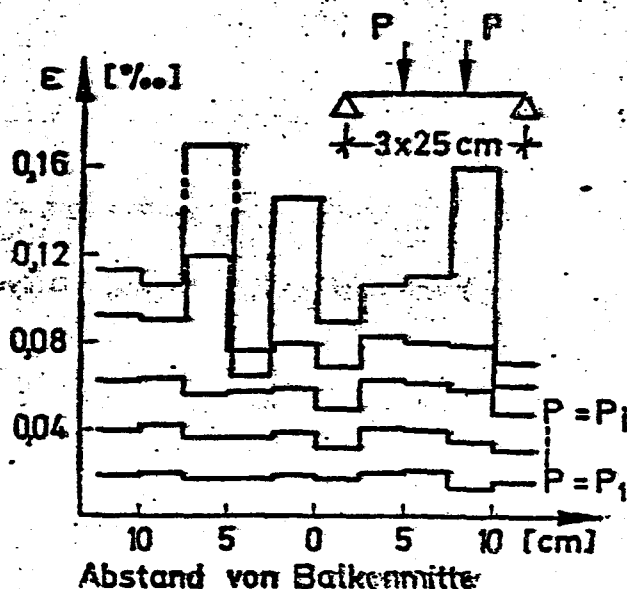


Bild 2.9

Durch zahlreiche Beobachtungen wird die Bildung von Mikrorissen bis zu einer auch mit bloßem Auge wahrnehmbaren Größenordnung in direkten und indirekten Zugversuchen bestätigt.

BLAKEY u. BERESFORD [14] berichten bereits 1955 über detaillierte Dehnmessungen in der Zugfaser eines Biegezugbalkens, die sie an engen Abständen angeordneten Dehnmeßstreifen erzielten. Wie Bild 2.9 zeigt, weicht mit fortschreitender Belastung die im Bereich konstanter Biegebeanspruchungen gemessene Dehnungsverteilung zunehmend von einer gleichmäßigen ab. Bild 2.10 enthält einige in Form von Spannungs-Dehnungslinien ausgewertete Meßergebnisse, deren Mittelwert zwar in etwa einem linearen Zusammenhang entspricht; Einzelwerte weisen jedoch in beiden Richtungen große Abweichungen auf. Die Ursache dieser örtlich ungleichmäßigen Dehnungsverteilungen lag stets in der Bildung später auch direkt feststellbarer Mikrorisse.

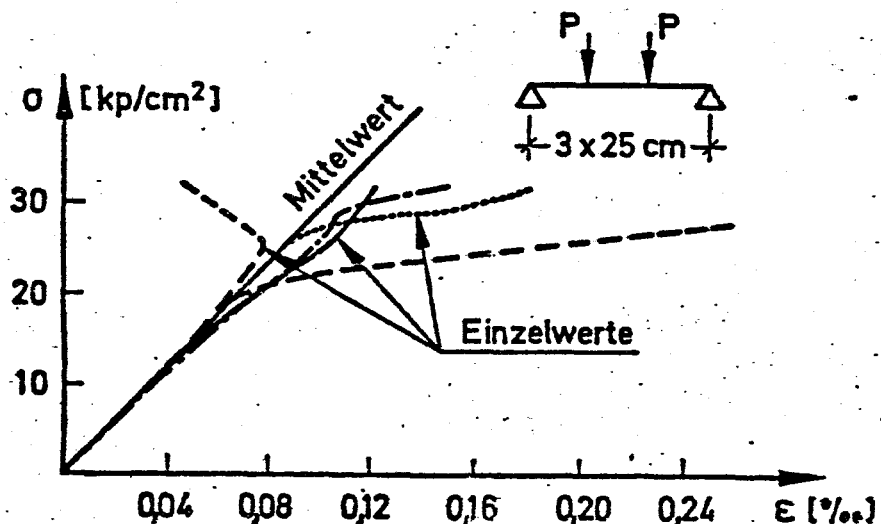


Bild 2.10

JONES [81] diskutiert 1958 zahlreiche Einzelbeobachtungsergebnisse, die auf das Vorhandensein einer langsamen Zerstörungsphase auch bei Zugbeanspruchungen, zwischen 40 - 70% der Bruchlast hinweisen.

OLADAPO [111] verfolgt wie Blakey u. Bersford die unterschiedliche Entwicklung der Dehnungen in der Zugfaser von Biegezug-

körpern (Bild 2.11). Er geht davon aus, daß eine Abweichung der Einzelmeßergebnisse um $\pm 0,01 \text{ ‰}$ voneinander die Entstehung von solchen Rissen signalisiert, die später auch den Bruch herbeiführen können und bezeichnet die hierzu gehörende Last als "kritische Rißlast". Wie Oladapo feststellt, ist die kritische Rißlast sehr stark von der Zusammensetzung von Beton abhängig; sie bewegt sich zwischen 70 - 85% der Bruchlast.

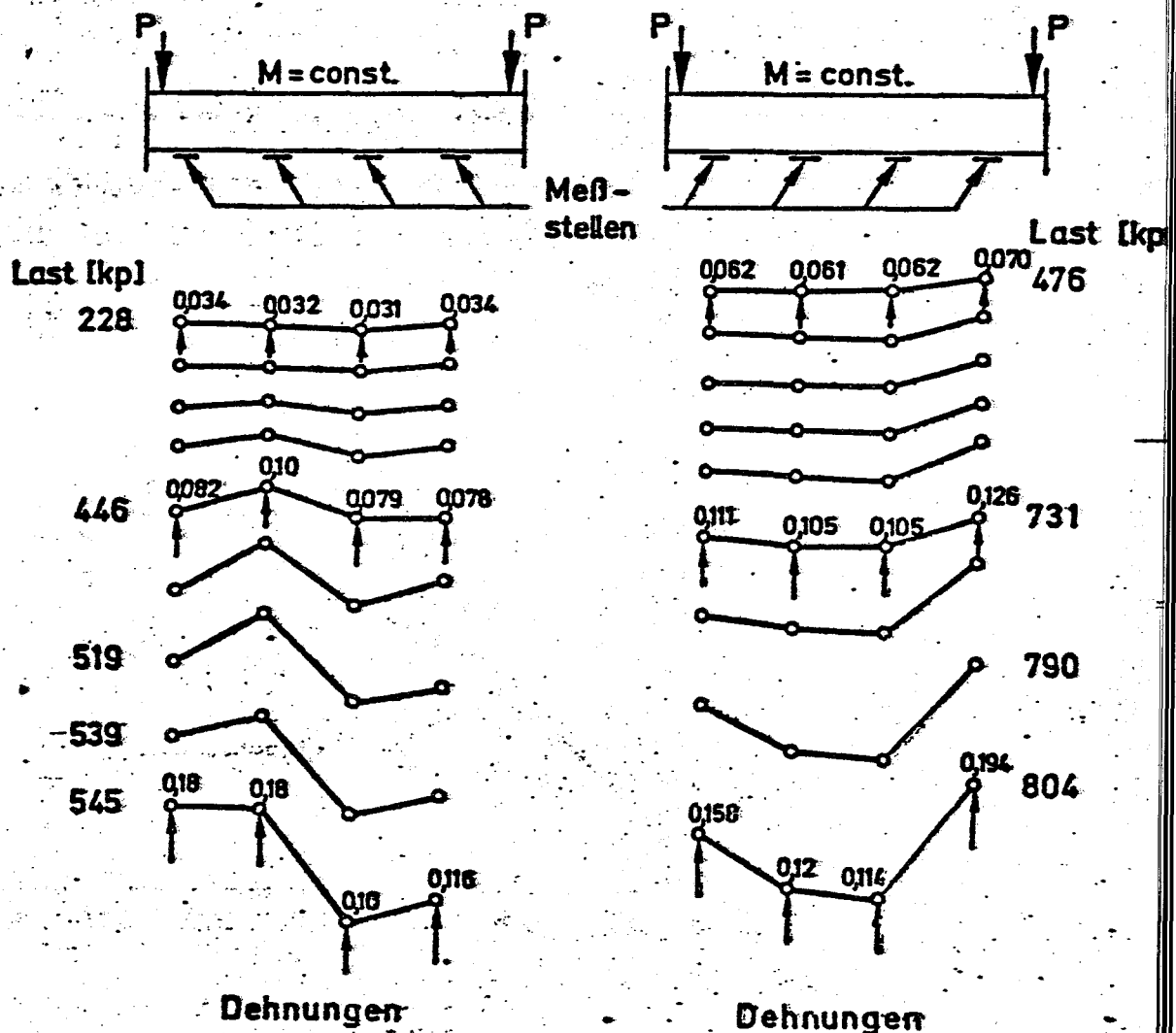


Bild 2.11

KAPLAN [85] benutzt ebenfalls Dehnmeßwerte, um den Beginn der Rissbildung zu definieren. Er geht hierbei von einer Fehlerschranke von $\pm 0,002 \text{ ‰}$ für die Abweichung der tatsächlichen Spannungen aus.

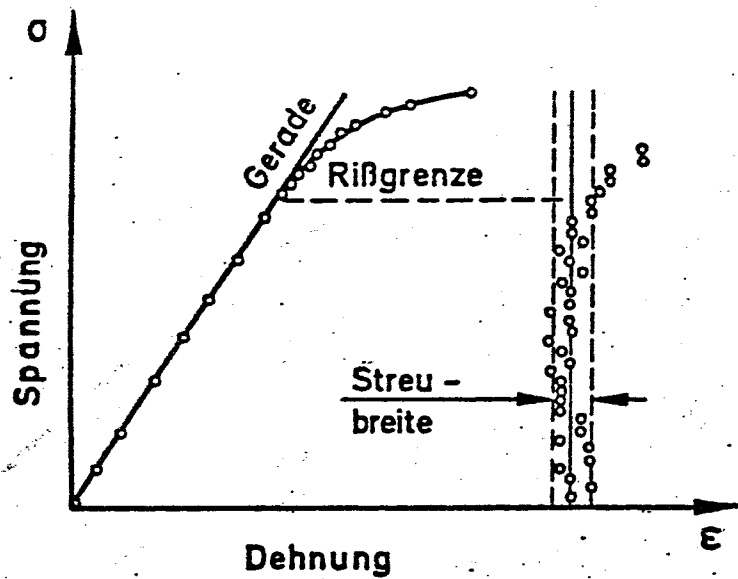


Bild 2.12

Dehnungsbeziehungen von einem theoretisch linearen Verlauf und bezeichnet diese Grenze als "Mikrorißgrenze" (Bild 2.12). Seine in Abhängigkeit vom Volumengehalt des Zuschlages aufgetragenen Ergebnisse für Biegezug-, Spaltzug und zentrische Zugversuche zeigen die Bilder 2.13 - 2.15. Jahre später von HUGHES u. ASH [73] durchgeführten Zugversuche bestätigen die Tendenz dieser Ergebnisse.

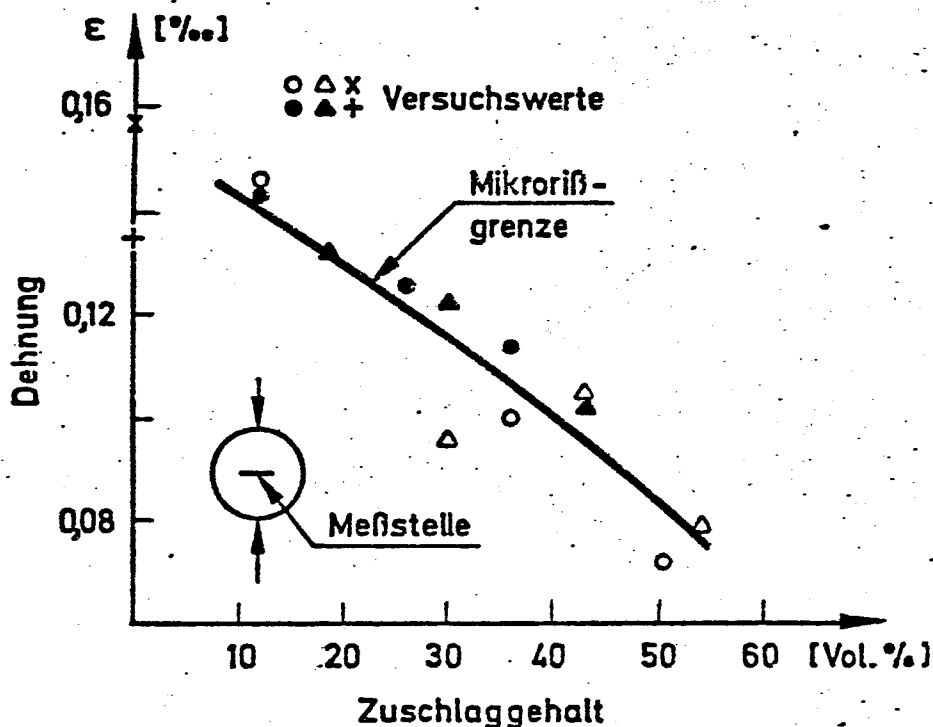


Bild 2.13

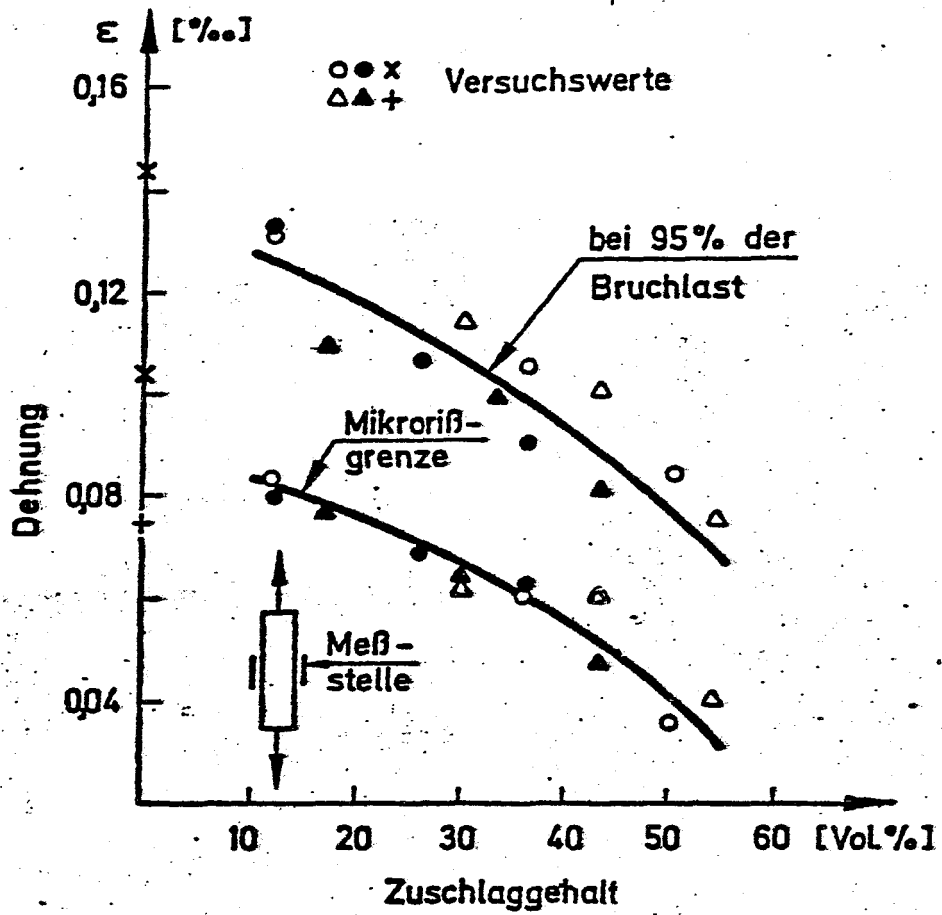


Bild 2.14

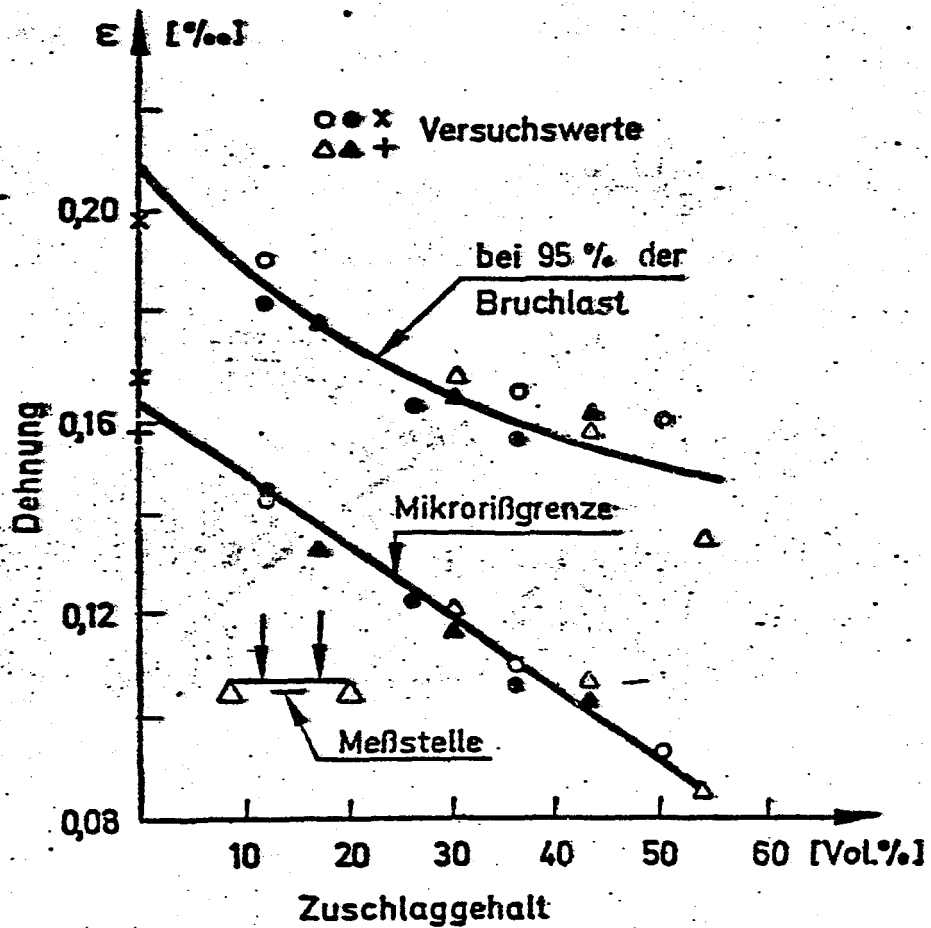


Bild 2.15

Ausführliche Meßergebnisse über die Dehnungsverteilung entlang der Prüfkörperlänge bei zentrischen Zugversuchen können einer Arbeit von HEILMANN et al [59] entnommen werden. Bild 2.16 zeigt die Dehnungsverteilung lastabhängig, Bild 2.17 für einen anderen Prüfkörper in Form von Spannungs-Dehnungslinien. Heilmann et al. untersuchen auch die Möglichkeit, eine Reißgrenze über Dehnmessungen zu definieren. Wie Bild 2.18 veranschaulicht, gehen sie

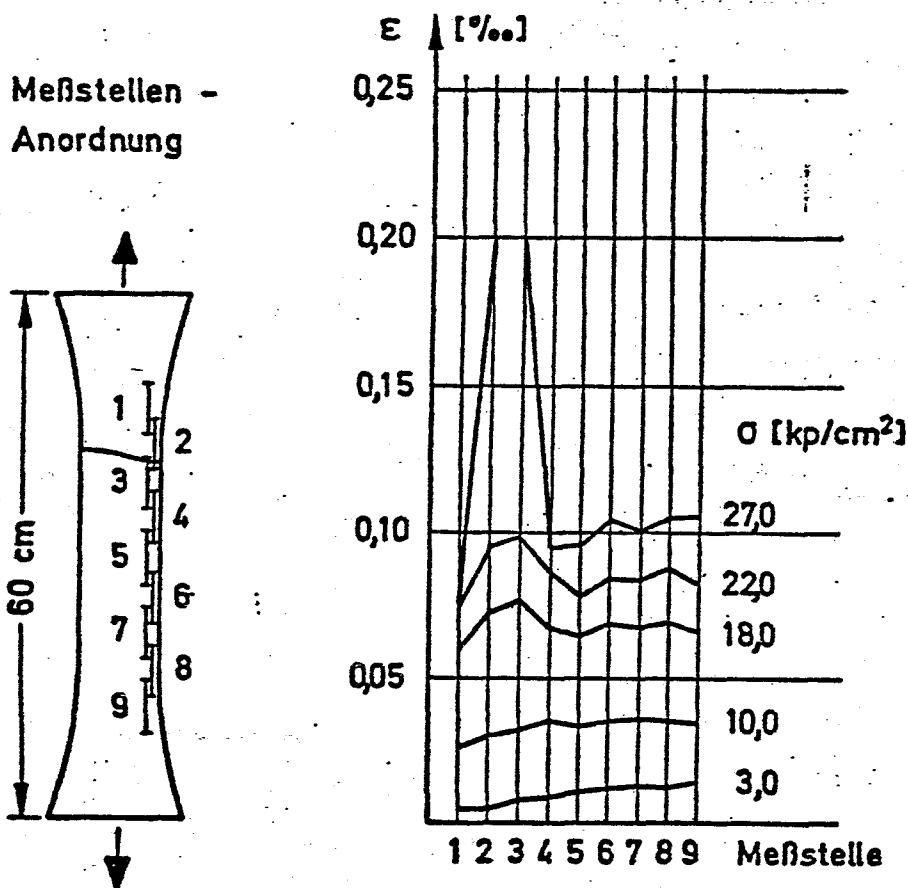


Bild 2.16

davon aus, daß die gesuchte Grenze durch eine zunehmende Abweichung der einzelnen Meßwerte von der mittleren Dehnung signalisiert wird. Die im Reißbereich liegenden Meßstellen müßten demnach stets stärker über, die davon entfernten unter dem Mittelwert aller Meßwerte liegen. Bild 2.19 enthält eine entsprechende Auswertung der Dehnungen eines in Bild 2.16 bereits in anderem Zusammenhang dargestellten Prüfkörpers und bestätigt die Richtigkeit dieser Überlegungen.

Abwicklung

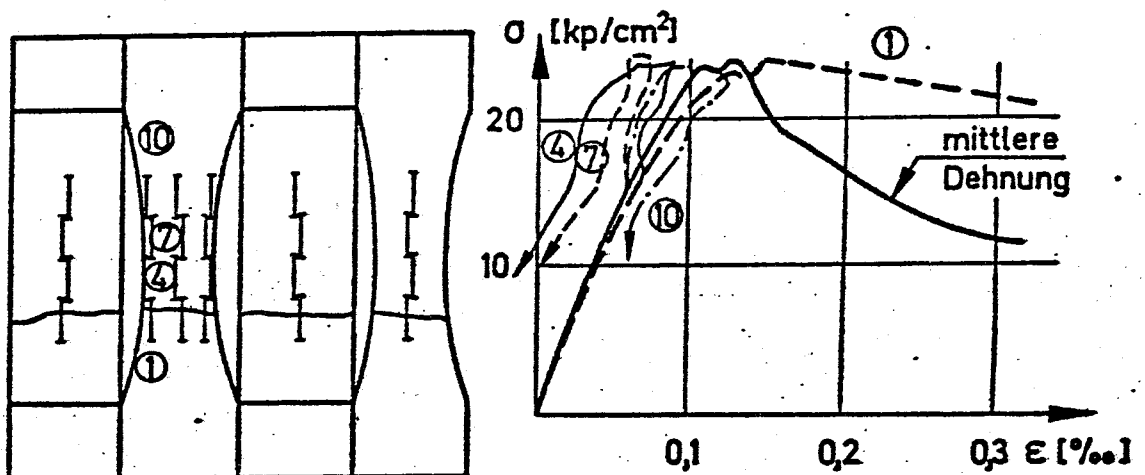


Bild 2.17.

Auf starke Unterschiede von gemessenen Last-Dehnungsdiagrammen je nach Lage der Meßstelle weisen WELCH [146] (Bild 2.20) und später auch BONZEL [16] (Bild 2.21) hin. Welch hält es aus diesem Grunde für unerlässlich, Grenzen für die Abweichung von der Linearität zu definieren und diese bei direkten wie indi-

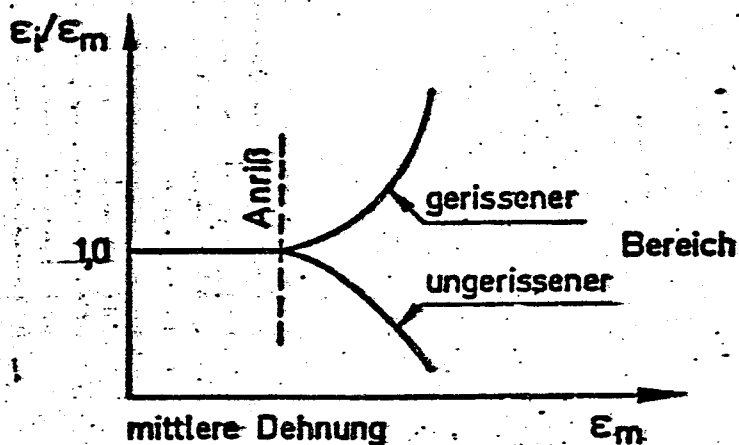


Bild 2.18

rekten Zugversuchen anzugeben, um den subjektiven Fehler bei Angabe von Dehnmeßwerten geringer zu halten. Die von ihm festgehaltenen 5 %-Grenzen liegen im übrigen im auch von OLDAPO [111] beobachteten Bereich der "kritischen Reißlast", nämlich bei 70 - 85 % der Höchstlast.

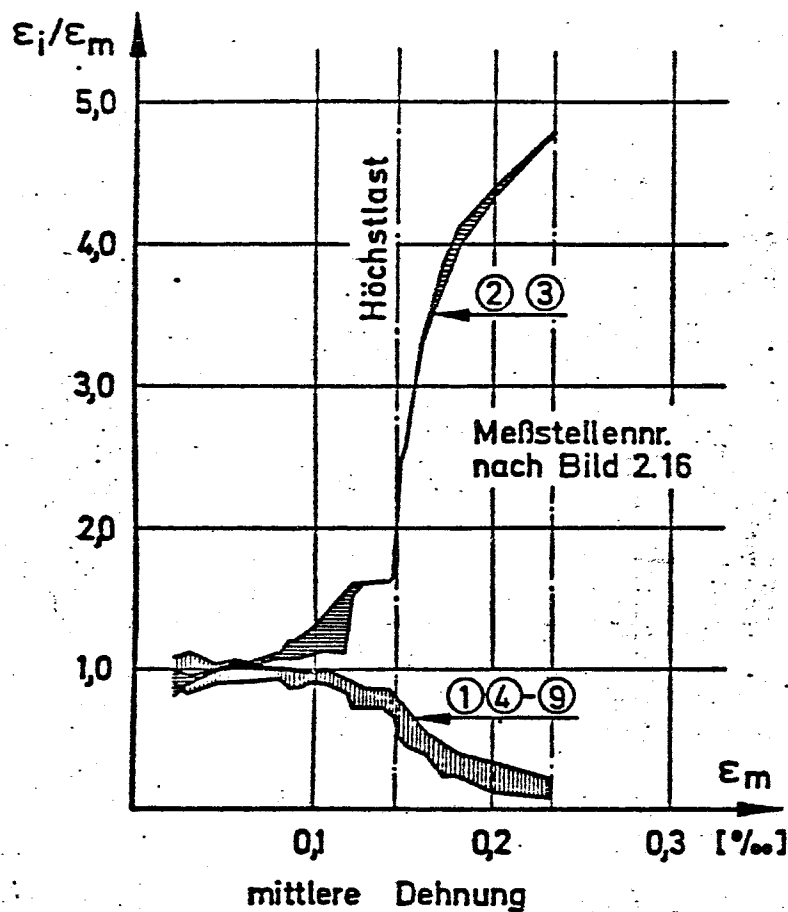


Bild 2.19

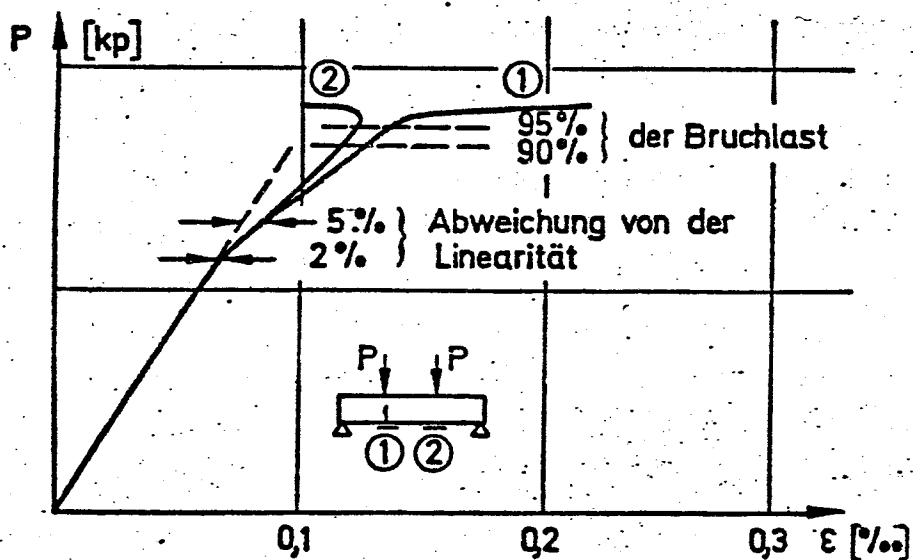


Bild 2.20

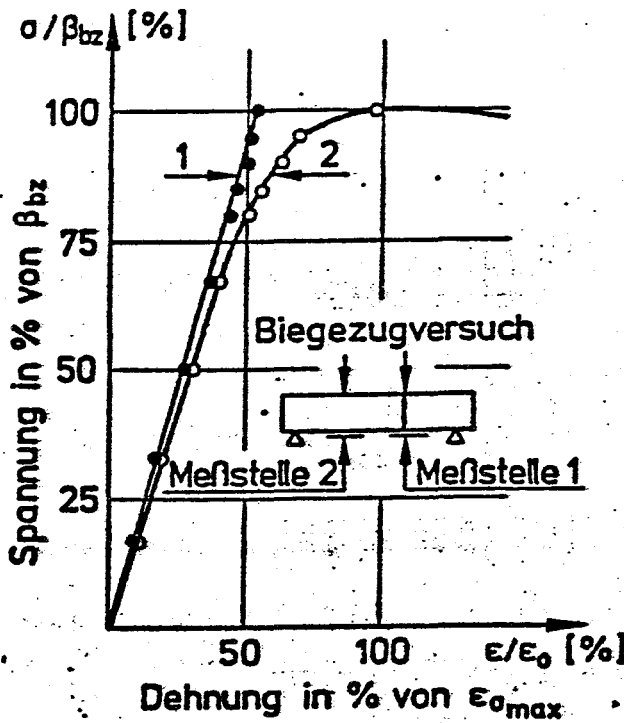


Bild 2.21

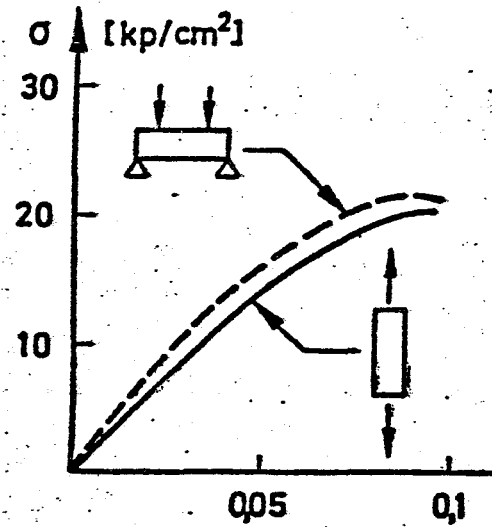


Bild 2.22

Die bisher ausführlich dargestellte experimentelle Erfahrung, wonach eine langsame, "gebremste" Rißbildung auch bei zugbeanspruchten Probekörpern vorhanden ist, wirft zusammen mit der Tatsache, daß diese Risse außerdem die ursprünglich zur Übertragung von Zugspannungen vorhandene Querschnittsfläche verringern, schwerwiegende Interpretationsschwierigkeiten von Zugversuchsergebnissen auf:

- Die Meßwerte der Dehnungen stellen nur zu einer frühen Phase der Belastung tatsächliche Verformungen des Prüfkörpers dar. Nach Einsetzen einer Mikrorißbildung enthalten sie stets einzelne oder aufsummierte Diskontinuitäten, die je nach Lage der betrachteten Meßstelle örtlichen Charakters sein können. Unter definierten Umständen (Last, Geometrie, Heterogenität) sind so gemessene Dehnungen allenfalls ein Charakteristikum für die "Dehnfähigkeit" des Probekörpers (z. B. RÜSCH u. HILSDORF [122]), nicht jedoch für das Spannungs-Dehnungsverhalten des Materials.

- Infolge einer bereits in früher Phase der Belastung einsetzenden Mikrorißbildung wird die ursprüngliche Querschnittsfläche zunehmend geschwächt. Dementsprechend ist bei höheren Beanspruchungen weder die tatsächliche Größe der lastabhängigen Spannungen, noch ihre Verteilung über die restliche Querschnittsfläche bekannt.
- Als eine Folge beider vorangegangener Feststellungen verliert eine experimentell bestimmte Spannungs-Dehnungslinie ihren werkstoffgesetzlichen Charakter: Aus Ergebnissen von direkten oder indirekten Zugversuchen bei Zugrundelegung des Ausgangsquerschnitts und der gemessenen mittleren Dehnungen ermittelbare Spannungs-Dehnungsbeziehungen (z. B. TODD [135], Bild 2.22) zeigen stets eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Krümmung und täuschen daher ein "plastisches Verhalten" vor, obwohl eben zu den Größtwerten der "Dehnungen" gar keine Spannungen mehr gehören.

Es war Ziel dieser Betrachtungen, außer einer allgemeinen Charakterisierung des Bruchmechanismus von zugbeanspruchtem Beton vor allem auf die erwähnten Diskrepanzen deutlich hinzuweisen, um die verschiedenartigen Probleme der in folgenden Abschnitten näher zu diskutierenden Prüfmethoden besser überblicken und die aus diesen Erkenntnissen gezogenen Schlüsse dementsprechend würdigen zu können. Lösungswege, die eine konsequente Behebung dieser Probleme ermöglichen sollen, werden in Abschnitt 5 aufgezeichnet.

2.2. Ermittlung der Zugfestigkeit

2.2.1. Zentrischer Zugversuch

Die direkte Bestimmung der einachsigen Zugfestigkeit erfolgt in Zerreißversuchen, wobei eine zentrische Zugkraft gleichmäßig verteilt über die Endflächen eines prismatischen oder zylindrischen Prüfkörpers eingeleitet und bis zum Bruch gesteigert wird.

Bei der Verwirklichung dieser Prüfbedingung ist man lange Zeit wegen der geforderten zentrischen Krafteinleitung auf kaum lösbare Schwierigkeiten gestoßen; erst die heutige moderne Versuchstechnik, insbesondere die Verwendung hochwertiger Kleber auf Kunststoffbasis führte zu einer allgemein befriedigenden Lösung.

Frühere, häufig einbetonierte und daher sehr aufwendige Krafteinleitungskonstruktionen sind u. a. einer RILEM-Umfrage im Jahre 1963 zu entnehmen [1] ; hier sei nur ein typischer Vertreter dieser Lösung gezeigt (Bild 2.23).

Eine weitere, ebenfalls ohne Verklebung von Prüfkörpern und Krafteinleitungskonstruktion ausgebildete Variante stellen solche Prüfmethode dar, bei welchen die Zugkraft über Greifbacken in den Prüfkörper eingeleitet wird. Bild 2.24 zeigt eine frühere Lösung dieses Typs [1] ; GALLOWAY u. HARDING [45] verwendeten eine ähnliche Konstruktion (Bild 2.25), um in zyklischer Belastung die Bruchlast zu bestimmen.

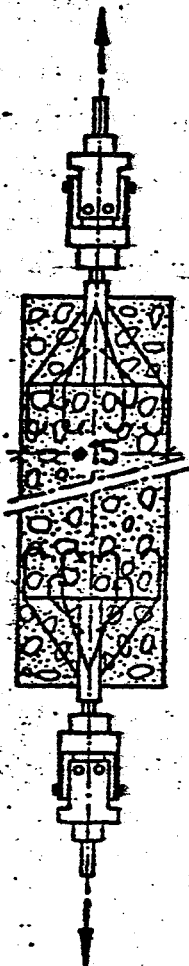


Bild 2.23

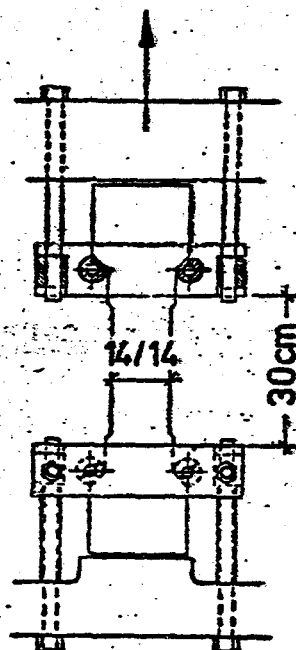


Bild 2.24

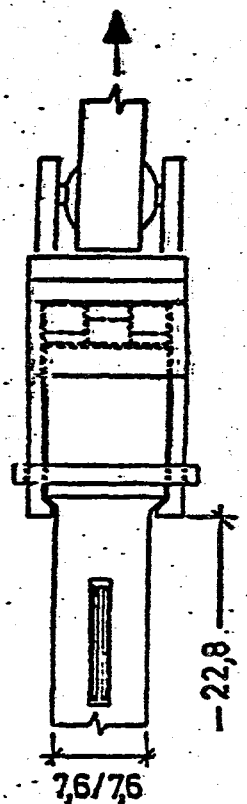


Bild 2.25

lischen Zug-Druck-Versuchen den Ursprungs-E-Modul von Beton zu ermitteln. Im Gegensatz zu anderen Ergebnissen fanden sie keinen nennenswerten Unterschied zwischen den Tangentenmoduli für Zug- und Druckbeanspruchungen. Ihre Feststellungen stehen mit Versuchsergebnissen von HAWKES et al. [55] an Gesteinsproben im Einklang.

Eine der "Nürnberger Schere" entsprechende mechanische Lasteintragungskonstruktion entwickelten O'CLEARY u. BYRNE [109] (Bild 2.26). Um die örtlich hohen Querpressungen zu verringern, verbesserten später JOHNSTON u. SIDWELL [80] diese Lasteintragungsart durch Anordnung einer dicken Stahlplatte zwischen den Greifbacken (Bild 2.27), wodurch günstigere Spannungsverhältnisse im Krafteinleitungsbereich entstehen (Bild 2.28). Dies wird auch durch eine nahezu gleichmäßig über die Prüfkörperlänge verteilte Bruchhäufigkeit, beobachtet an insgesamt 275 Probekörpern, bestätigt.

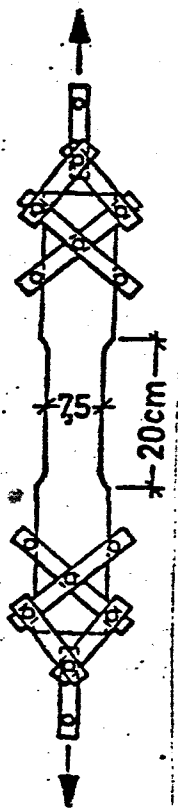


Bild 2.26

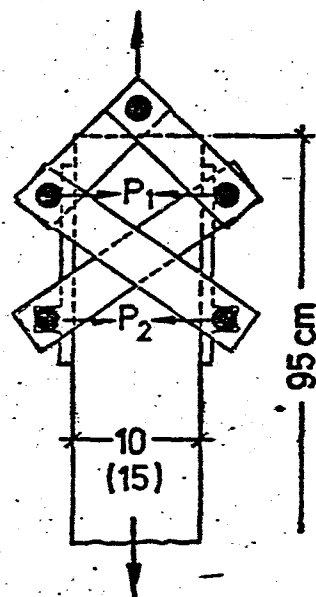


Bild 2.27

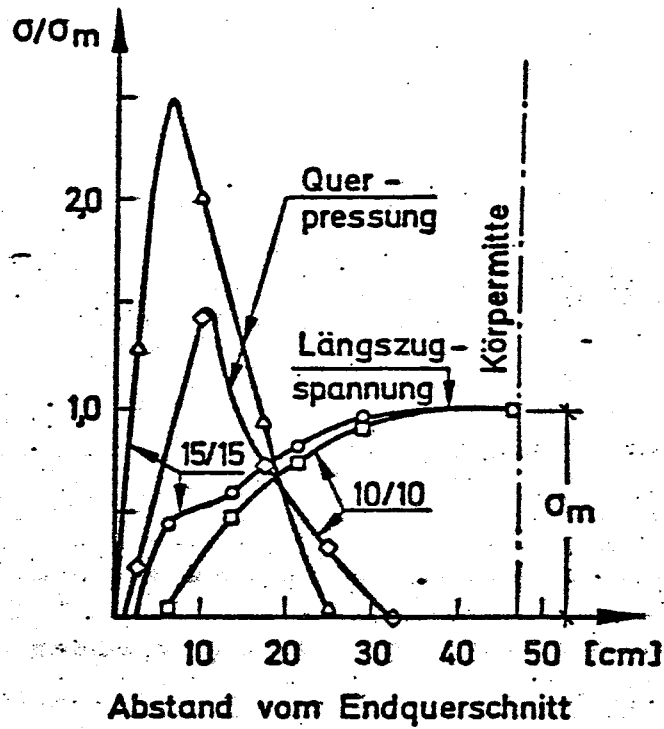


Bild 2.28

Zur Klärung des Einflusses der Betonzusammensetzung auf die Zugfestigkeit bzw. auf das Verhältnis der Festigkeiten untereinander führten Johnston u. Sidwell (vgl. auch JOHNSTON [79]) umfassende Parameterstudien durch. Für die Kennzeichnung der

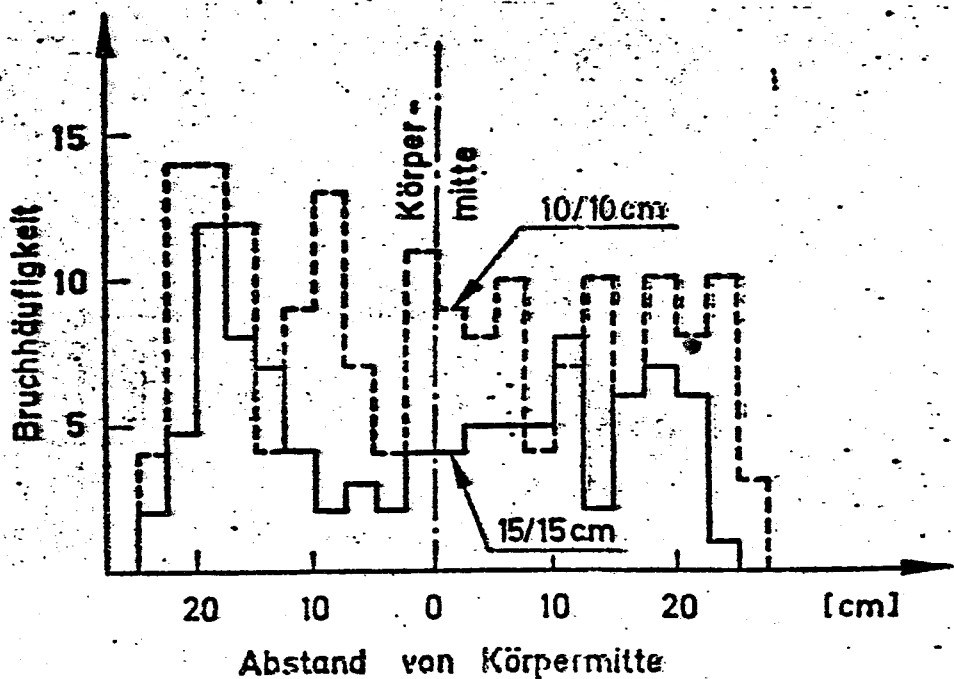


Bild 2.29

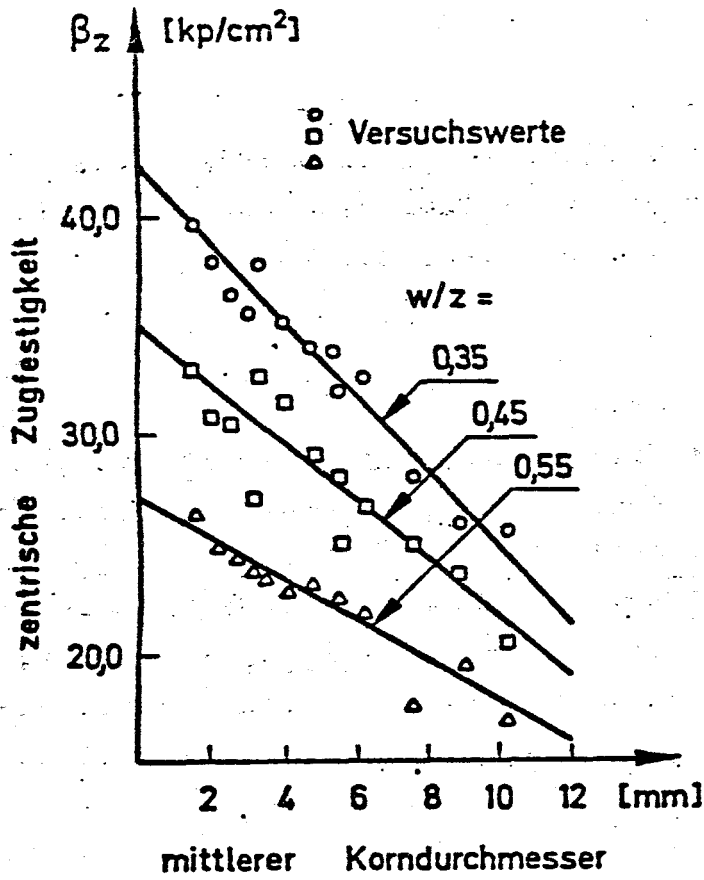


Bild 2.30

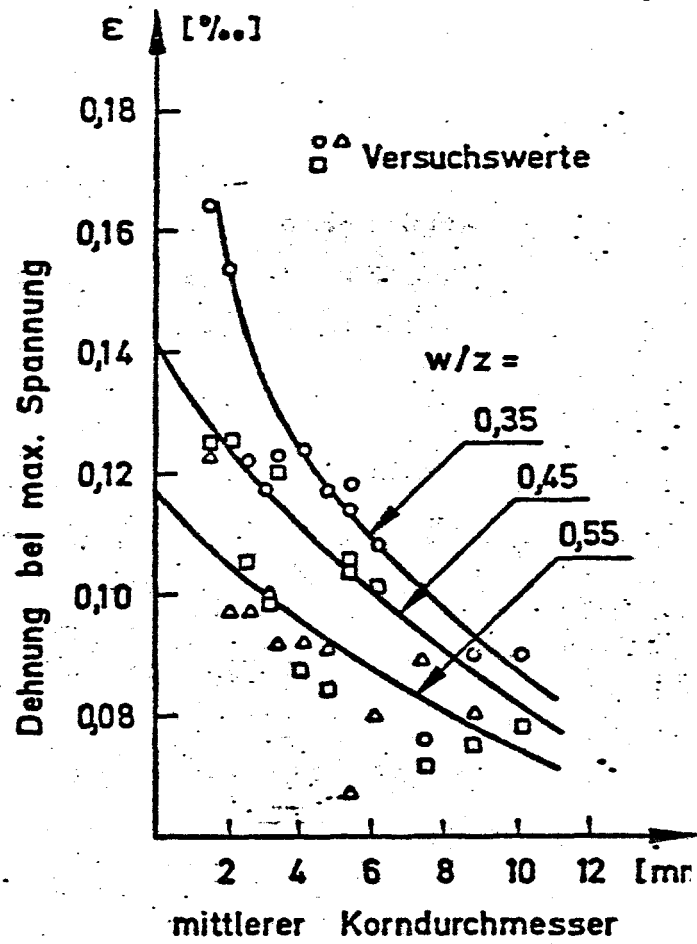


Bild 2.31

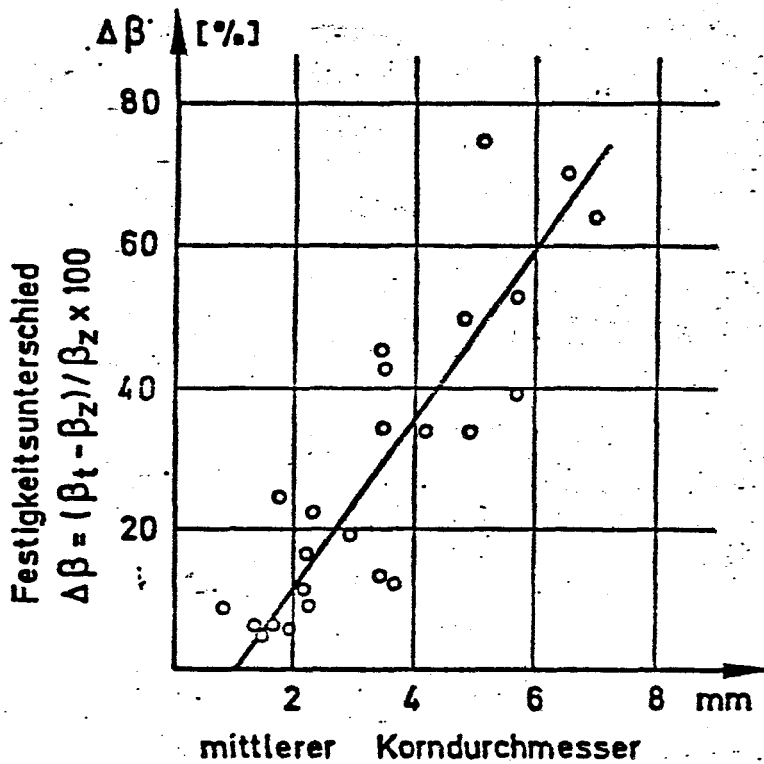
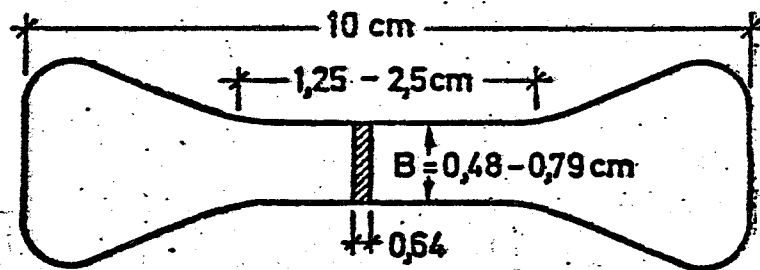


Bild 2.32

Betonstruktur verwenden sie außer dem Wasserzementfaktor auch eine weitere Größe, den "mittleren Korndurchmesser" (vgl. Abschnitt 2.3.4), um die Heterogenität hierdurch besser als durch die sonst verwendete "max. Korngröße" zu charakterisieren. Bild 2.30 zeigt die Zugfestigkeit, 2.31 die dazu gehörenden Dehnungen und 2.32 die Abweichung der Spaltzug- von der zentrischen Zugfestigkeit, aufgetragen über die mittlere Korngröße; als Scharparameter dient der Wasserzementfaktor.

DURELLI u. PARKS [33] verwendeten u.a. sog. "dogbone"-Prüfkörper mit mechanischer Krafteinleitung über Greifbacken (Bild 2.33) und untersuchten den Einfluß der Körperabmessungen auf die zentrische Zugfestigkeit an einem Kunststoff auf Acryl Basis - CR-39 - und am Plexiglas. Die in Bild 2.33 enthaltenen Versuchswerte zeigen keine eindeutige Veränderung der Festigkeiten bei kleiner werdenden Querschnittsabmessungen, nur eine deutliche Zunahme der Standardabweichungen ist festzustellen.



| | CR - 39 | | Plexiglas | |
|------|---------------------------------|-----------|---------------------------------|-----------|
| B | β_z [kp/cm ²] | ν [%] | β_z [kp/cm ²] | ν [%] |
| 0,48 | 466,7 | 15,0 | 553,5 | 18,3 |
| 0,64 | 475,4 | 6,3 | 629,6 | 11,3 |
| 0,79 | 472,5 | 6,7 | 556,8 | 11,4 |

Bild 2.33

Zur Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit von Beton konstruierte KOMLOS [89,90] eine ähnliche Prüfeinrichtung (Bild 2.34) und untersuchte u.a. den Einfluß der geometrischen Ab-

messungen auf die Zugfestigkeit. Bei sonst gleichbleibenden Bedingungen beobachtete er eine Abnahme der Zugfestigkeit mit Vergrößerung der Prüfkörperlänge (Bild 2.35). Nicht so eindeutig fallen seine Ergebnisse über den Einfluß der Querschnitts-

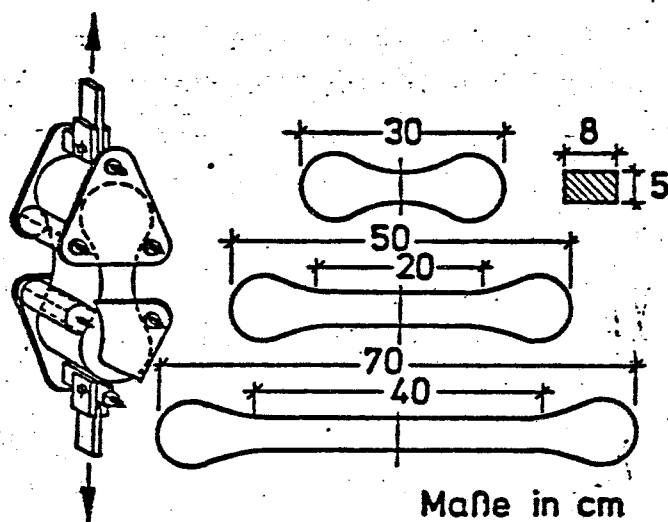


Bild 2.34

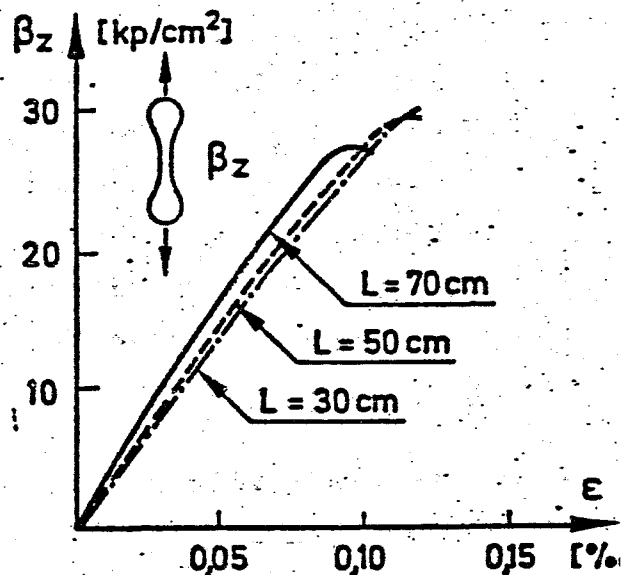


Bild 2.35

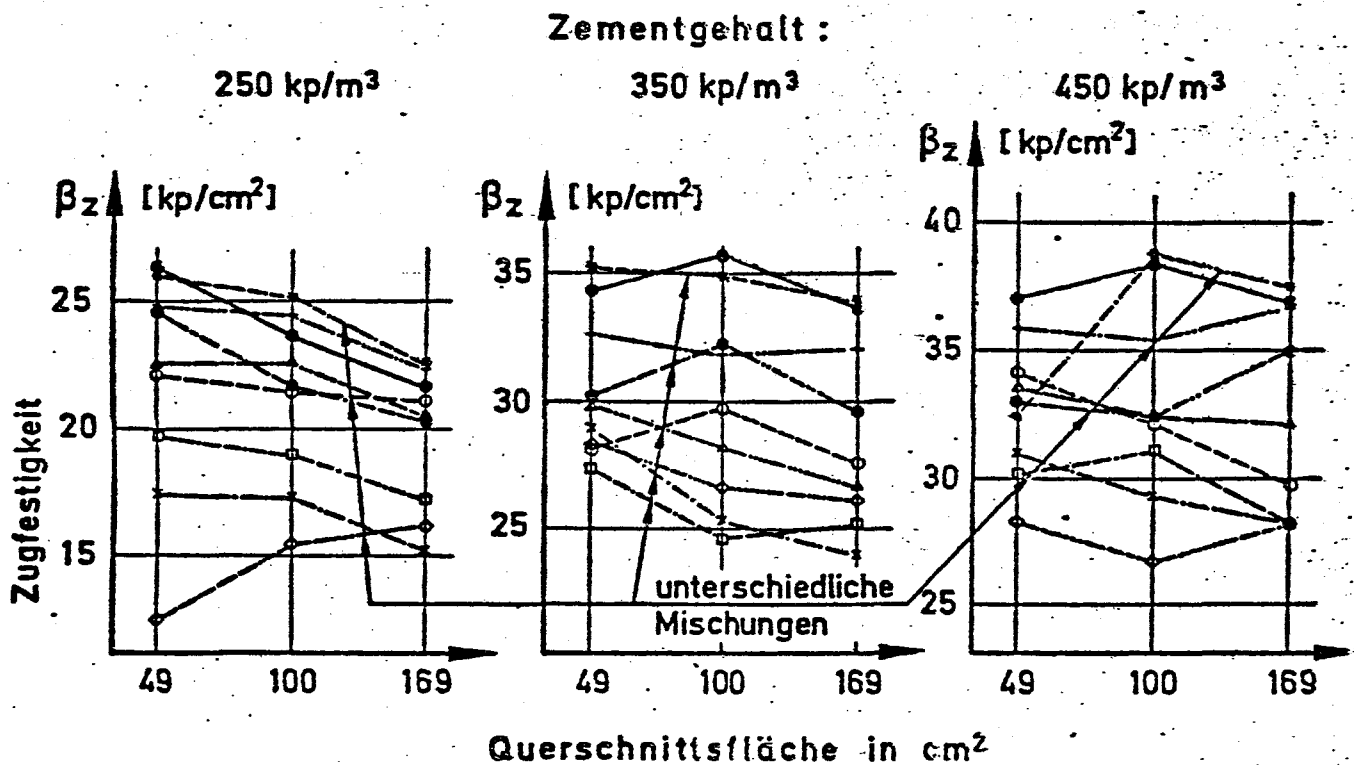


Bild 2.36

abmessungen aus. Die Prüfkörperlänge betrug hierbei $L=56$ cm, der Bereich konstanten Querschnitts (7×7 , 10×10 und 13×13 cm) $L'=33$ cm. Innerhalb bestimmter Querschnittsabmessungen variierte Komlos den Zementgehalt, Wassorzementfaktor und die Sieblinie des verwendeten Zuschlags. Bild 2.36 zeigt die Ergebnisse von 27 Mischungen in drei Gruppen nach Zementgehalt unterteilt. Fälle, bei denen mit Vergrößerung der Querschnittsabmessungen auch die Zugfestigkeit wächst, haben in diesen Diagrammen keine eindeutig erkennbare Zusammengehörigkeit. Allerdings können solche Abweichungen auch herstellungsbedingt erklärt werden, da ein Prüfkörper mit Querschnittsabmessungen von nur 7×7 cm bei einer Körperlänge von 56 cm und max. Korngröße von 15 mm nahezu alle Bedingungen verletzt, die an diesen im Hinblick auf eindeutige Prüfbedingungen zu stellen sind (vgl. EIBL u. IVANYI [34]).

In einer weiteren Arbeit befaßt sich KOMLOS [91] mit der altersabhängigen Entwicklung der Zugfestigkeit (Bild 2.37) bzw. mit dem Verhältnis der verschiedenartig ermittelbaren "Zugfestigkeiten" untereinander (Bild 2.38 u. 2.39). Die beobachtete abnehmende Tendenz der auf die Würfelfestigkeit bezogenen Zugfestigkeit steht mit den Ausführungen in Abschnitt 2.1 im Einklang (Bild 2.1), da die Haftfestigkeit zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag nach relativ kurzer Zeit ihren maximalen Wert erreicht, während die Druckfestigkeit nach längerer Zeit weiter wächst.

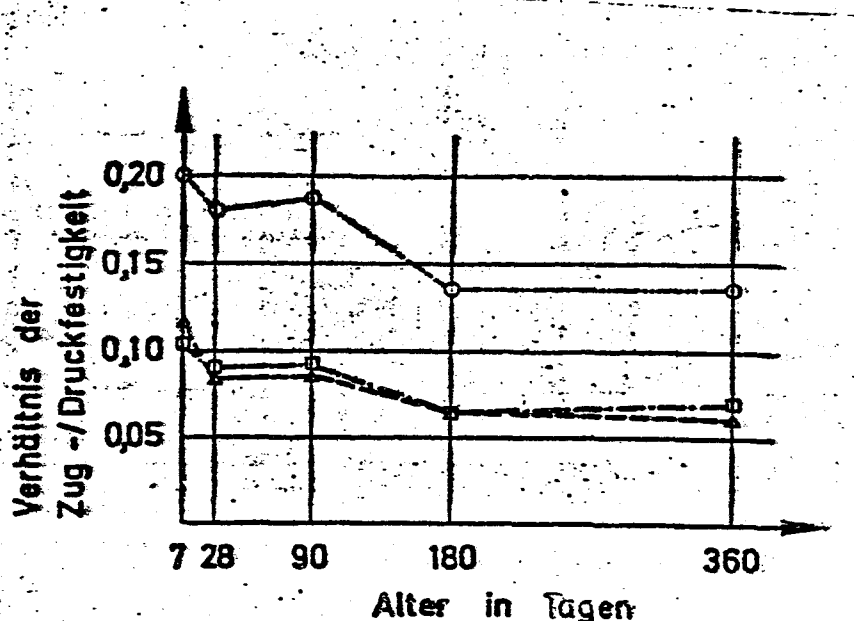


Bild 2.37

Die zur Gegenüberstellung der Festigkeiten verwendeten Festigkeitsdaten ermittelte Komlos an zentrischen Zugkörpern nach Bild 2.34 mit den Abmessungen 10x10x56 cm bei einer Prüflänge (Bereich konstanten Querschnitts) von $L'=20$ cm, an Spaltzylindern $\varnothing 15$, $L=30$ cm und an Biegezugkörpern 10x10x40 cm, bei $L=30$ cm mit Drittelspunktbelastung.

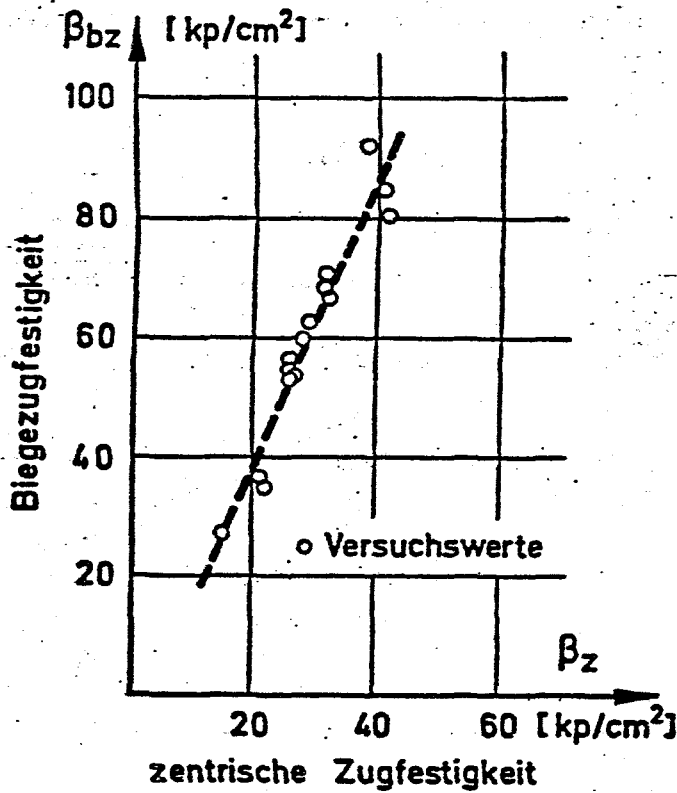


Bild 2.38

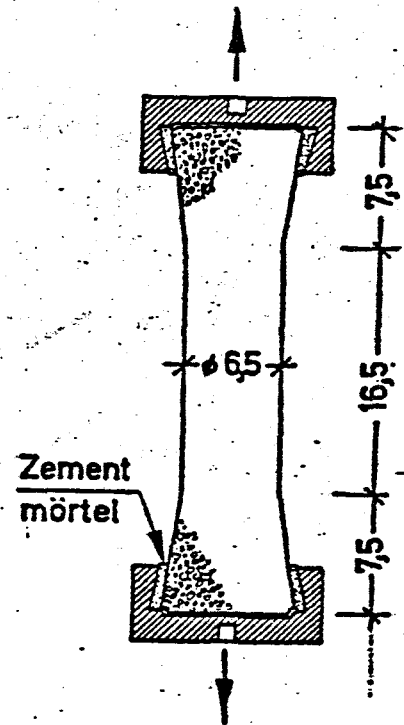


Bild 2.40

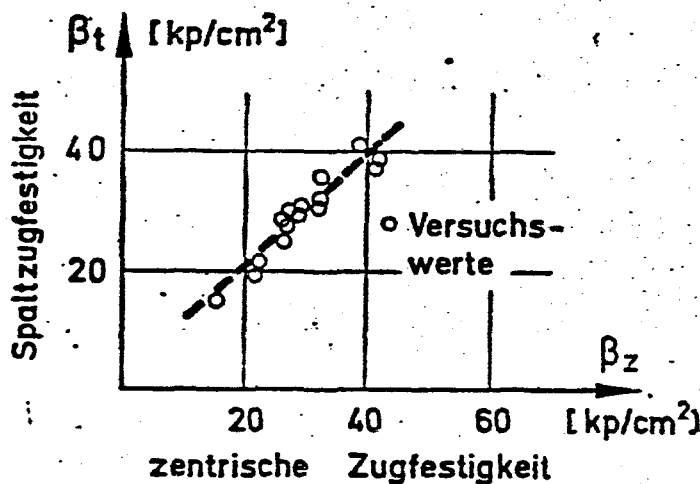


Bild 2.39

Einen Übergang zwischen den rein mechanischen und geklebten Lasteintragungskonstruktionen stellt eine Entwicklung am Imperial College (vgl. bei HANNANT [51]) dar (Bild 2.40). DOMONE [29] führte in dieser Anordnung Festigkeits- und Kriechversuche durch und studierte dabei insbesondere den Einfluß der Lagerungsbedingungen auf das Festigkeitsverhalten. Er stellt fest, daß Festigkeit und Dehnvermögen deutlich herabgesetzt werden, wenn Massenbeton-Verhältnisse (versiegelte Proben) vorliegen (Bild 2.41). Die Dauerstandfestigkeit, d. h. der

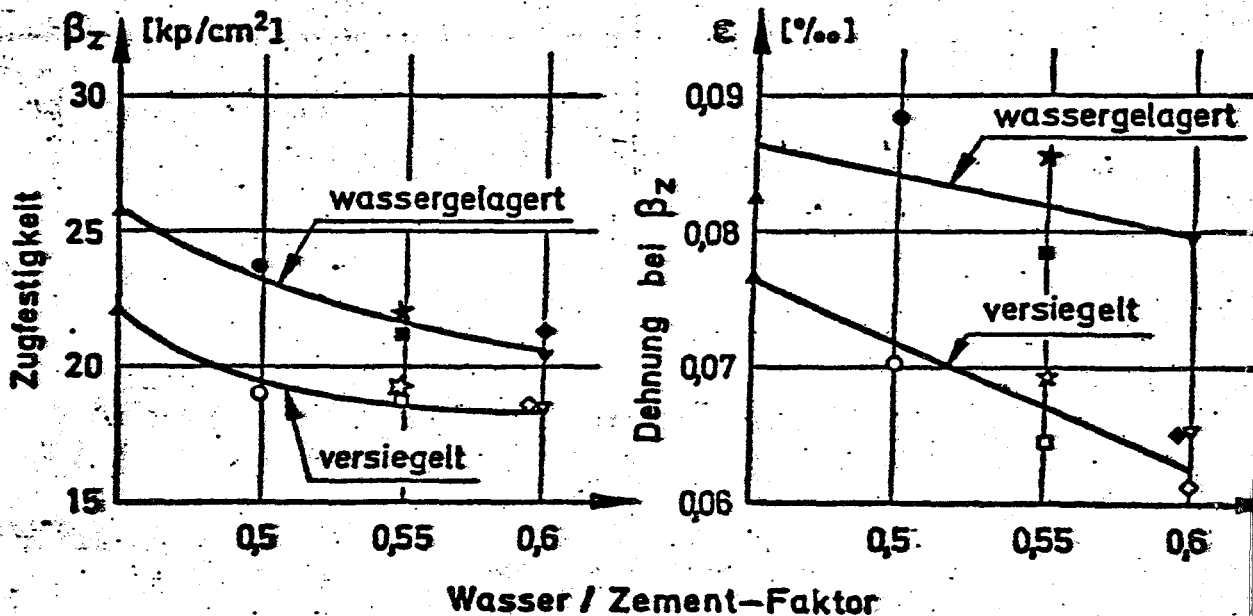


Bild 2.41

Beginn der schnellen Zerstörungsphase, liegt allerdings bei versiegelten Proben relativ höher - bei 85 % der Kurzzeitfestigkeit - als bei Wasserlagerung - 75 % - (Bild 2.42).

In neueren Forschungsarbeiten wird zum größten Teil über die Verwendung von geklebten Lasteintragungskonstruktionen berichtet. Eine zusammenfassende Darstellung von versuchstechnischen Details findet man bei BALAZS [7] bzw. für den Bereich der Felsmechanik bei HAWKES u. MELLOR [54]. In der Regel werden für Beton im mittleren Bereich verjüngte Prüfkörper verwendet, da das System Stahlplatte/Kleber/Beton Zwangsspannungen im Be-

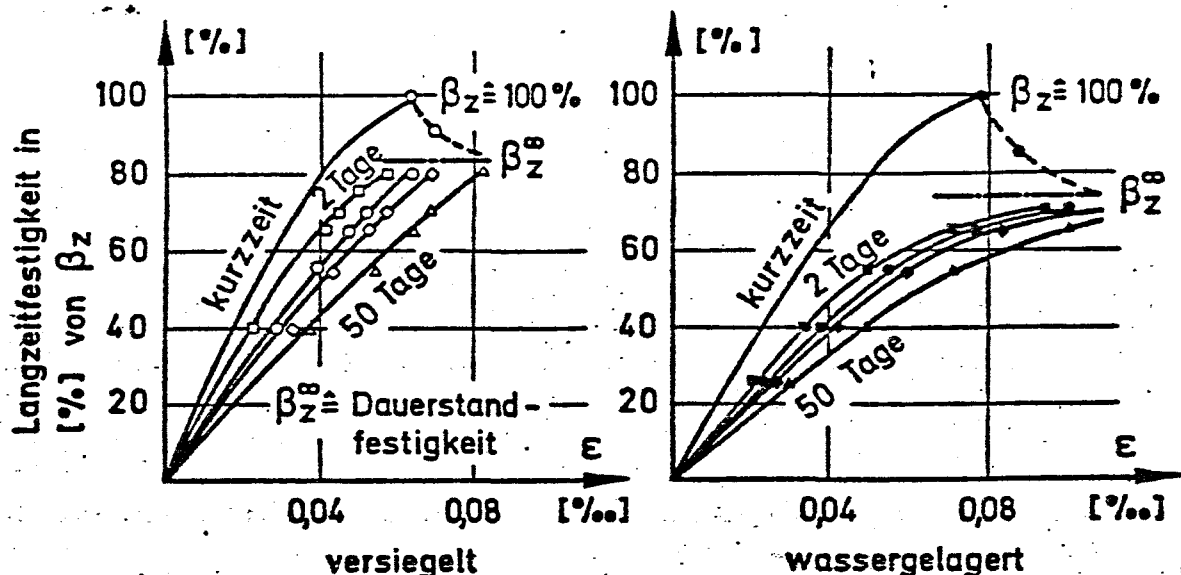


Bild 2.42

ton infolge Schwindens verursacht und daher bei gleichbleibenden Querschnittsabmessungen die Verlagerung des Bruchquerschnittes in die Nähe der Krafteinleitung bewirken würde (RÜSCH u. HILSDORF [122], HUGHES u. CHAPMAN [72]). In Bild 2.43 sind einige Prüfkörperformen dargestellt, die an der TU München erprobt wurden; die Untersuchungen von Rüschi u. Hilsdorf, HEILMANN et al. [59] und HEILMANN [58] erfolgten überwiegend an Probekör-

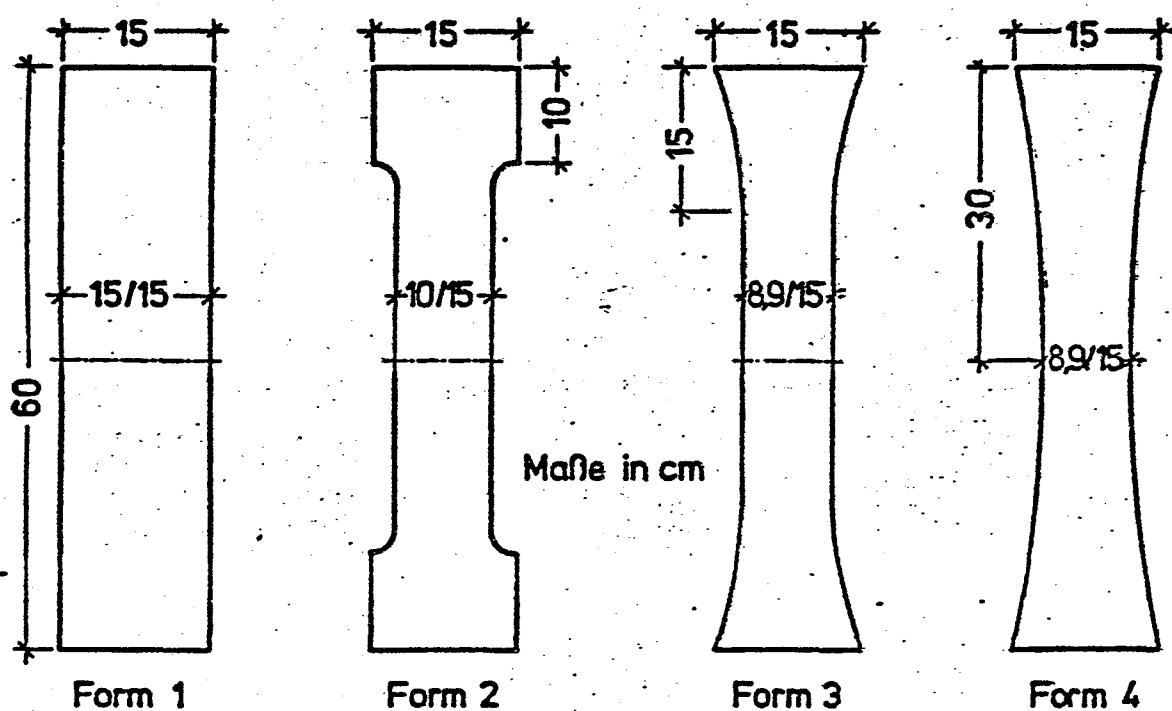


Bild 2.43

pern nach Form 3. Wie Rüsç u. Hilsdorf berichten, trat der Bruch an diesem Prüfkörper zu 75% im mittleren Bereich ein. KADLACEK u. SPETLA [83], die einen Prüfkörper nach Form 1 benutzten, machen hierüber keine Angaben.

Die Vorversuche an der TU München führte man an einer normalen Prüfmaschine nach Bild 2.44 bei annähernd konstanter Dehngeschwindigkeit, verwirklicht durch Handsteuerung, durch. Die hierzu erforderlichen Dehnmesswerte erzielte man an Weggebern mit einer Meßlänge von 30 cm. Aus Gründen, die in Abschnitt 2.1 (Bild 2.17) im einzelnen erörtert sind, entstand zunächst

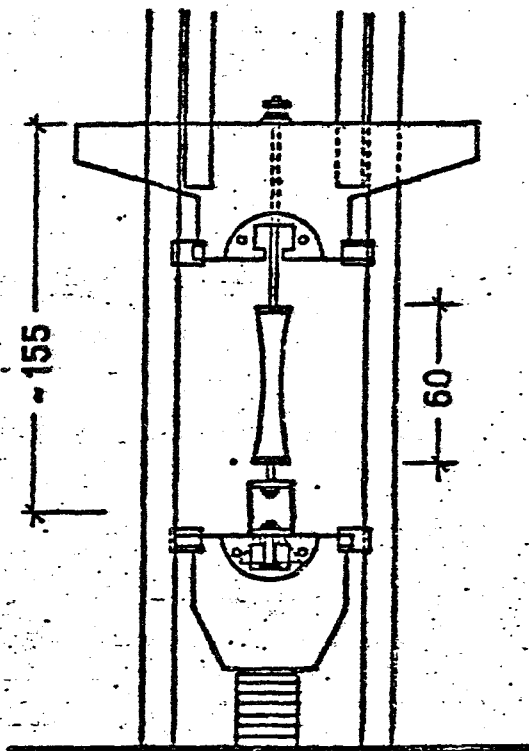


Bild 2.44

eine Fehlinterpretierung des in manchen Fällen festgestellten abfallenden Astes der Spannungs-Verformungslinien, in dem man eine "Plastizierung" von Beton bei Zugbeanspruchungen meinte gefunden zu haben. Diese Auslegung ist bei vielen anderen Forschern anzutreffen; die Bilder 2.45 - 2.47 zeigen entsprechende Ergebnisse von HUGHES u. CHAPMAN [72], EVANS u. MARATHE [39] und KARAVAEV [86]. TODD [135] ermittelte indirekt aus Biegezugversuchen ähnliche Spannungs-Dehnungslinien (Bild 2.22).

Eine Versuchsanordnung nach Bild 2.44 ermöglicht zwar beim sorgfältigen Einbau der Prüfkörper eine nur geringe ungewollte Ausmitte der Zugkraft einzuhalten, besitzt jedoch keine ausreichende Steifigkeit, um schnelle Entlastungsvorgänge nachvollziehen zu können. Sie erlaubt es außerdem auch nicht, spätere Korrekturen in der Lage der Resultierenden vorzunehmen, wie man dies an der TU München anstrebte. Diesen zusätzlichen Forderungen sollte ein neuer Prüfrahmen nach Bild 2.48 genügen (HILSDORF [61]). Das Prinzip der Krafteinleitung und Steuerung zeigt eine Skizze

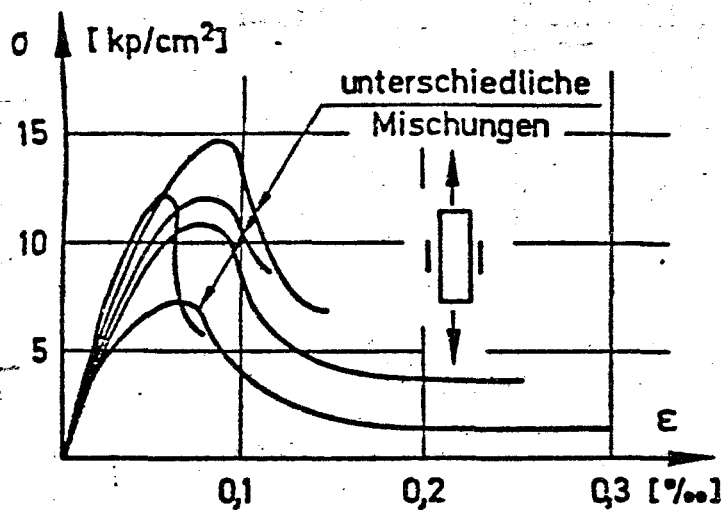


Bild 2.45

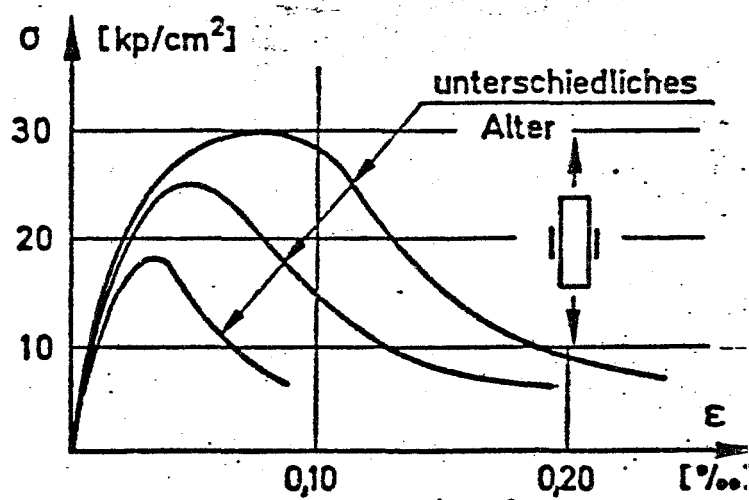


Bild 2.46

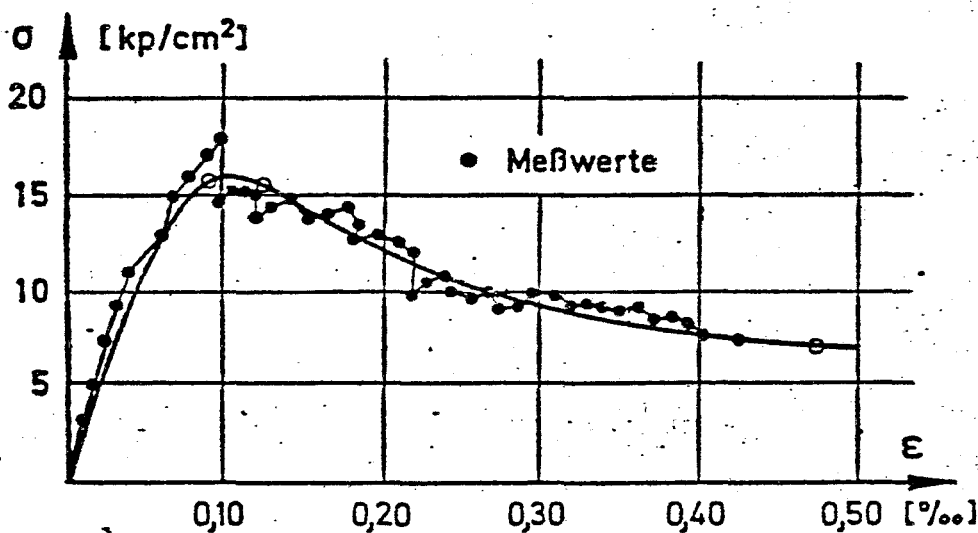


Bild 2.47

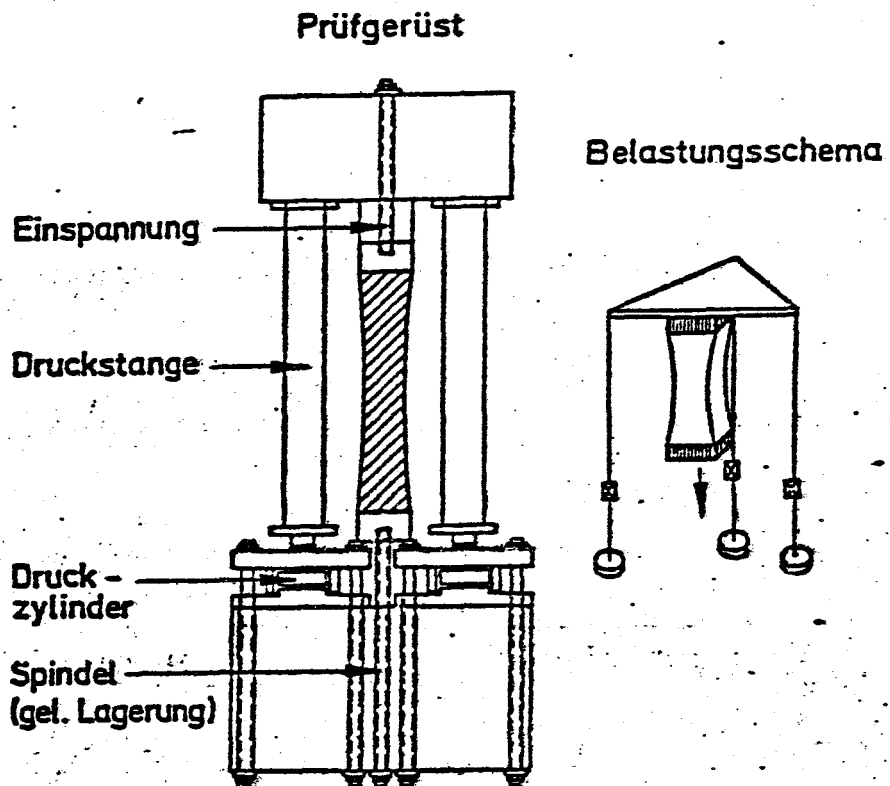


Bild 2.48

neben dem Rahmen, bei dem in der vorliegenden Darstellung von den drei Preßtöpfen nur zwei sichtbar sind. Oben ist der Probekörper in einen Querschnitt fest eingespannt, unten durch eine Spindel gelenkig gehalten. Die Steifigkeit des Prüfrahmens wird dadurch, daß jede Presse zusätzlich vier Spindeln mitdehnt, entsprechend erhöht.

Dieser neue Prüfrahmen stellt einen Übergang zwischen "steifen" und "servohydraulischen" Prüfmaschinen dar. Bei letzteren erfolgt die Steuerung der Prüfmaschine durch eine Rückkoppelung zwischen Weggeber am Prüfkörper und Regelmechanismus der Prüfmaschine (vgl. HUDSON et al. [70]), während bei dem Münchener Prüfrahmen die mechanisch voreingestellten Soll-Dehnungen mit den Ist-Dehnungen, gemessen an jeder Seite des Prüfkörpers, zu vergleichen und im Falle einer Abweichung durch die entsprechenden Pressen nachzustellen sind. Durch Vorgabe verschiedener "Dehnungsprogramme" können in dieser Weise außer zentrischen auch dehnungsgesteuerte exzentrische Zugversuche verwirklicht werden.

Die Zielsetzung, große Prüfraahmensteifigkeit und hierdurch eine ausreichende Anpassungsfähigkeit im Bereich nach dem Maximum der Kraft-Verformungslinie zu erzielen, ist zweifelsohne als eine deutliche Verbesserung im Vergleich zu den Verhältnissen der Vorversuche (Bild 2.44) anzusehen. Ein "Nachzentrieren" des Prüfkörpers im zentrischen, bzw. die Einhaltung eines "Dehnungsprogramms" statt einer definierter Kraftexzentrizität im exzentrischen Zugversuch können allerdings nicht als solche bewertet werden.

Wie in Abschnitt 2.1 erörtert, enthalten Verformungsmeßwerte, die an zugbeanspruchten Probekörpern gewonnen werden, stets aufsummierte Diskontinuitäten zufälligen Charakters. Eine fortwährende Nachregelung definierter Dehnungsprogramme, die auf zufallsbedingten, durch Wegaufnehmer erfaßten Verformungsgrößen aufbauen, stellt daher in Zugversuchen eine willkürliche Abweichung von einem vorgegebenen Prüfzustand dar.

Die auch von HEILMANN et al. [59] betonte Zufälligkeit der im Versuch erzielten und aus Kraftmessungen direkt ermittelbaren Lage der Resultierenden ist für einige zentrische wie exzentrische Versuche in Bild 2.49 wiedergegeben. In diesem Bild sind Angaben nur bis zur Höchstlast enthalten; im Entlastungsbereich sind durchweg größere Unregelmäßigkeiten vorhanden. Bei der Bewertung der beschriebenen zufälligen Abweichungen weisen Heilmann et al. darauf hin, daß natürlich eine vorprogrammierte und wahrscheinlich mit nur geringen Fehlern auch eingehaltene Dehnungsverteilung noch nicht das Vorhandensein ähnlicher Dehnungsverteilungen in jedem Querschnitt des Probekörpers bedeuten kann. In gerissenen Querschnitten wird weiterhin ein anderer Dehnungszustand herrschen als in ungerissenen (Bild 2.50), da das "Dehnungsprogramm" nur im Mittel eingehalten werden kann. Unter diesen Umständen stellt die Bedingung einer definierten Kraftexzentrizität - im Gegensatz zu den geschilderten Bestrebungen - sogar einen eindeutigeren Prüfzustand dar, da die alleinige Vorgabe und Einhaltung eines Dehnungsprogrammes ohne Angabe der lastabhängigen Lage der Resultierenden nicht vollständig ist.

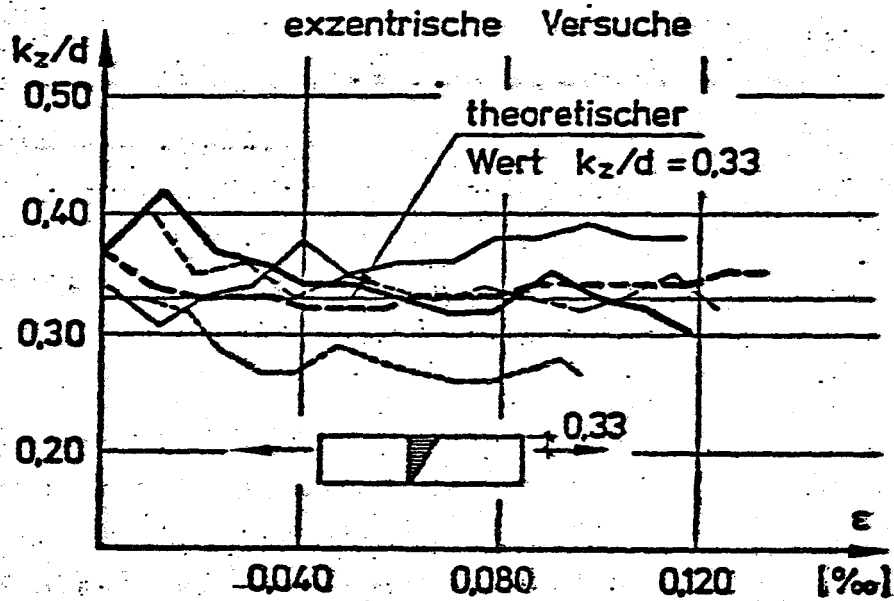
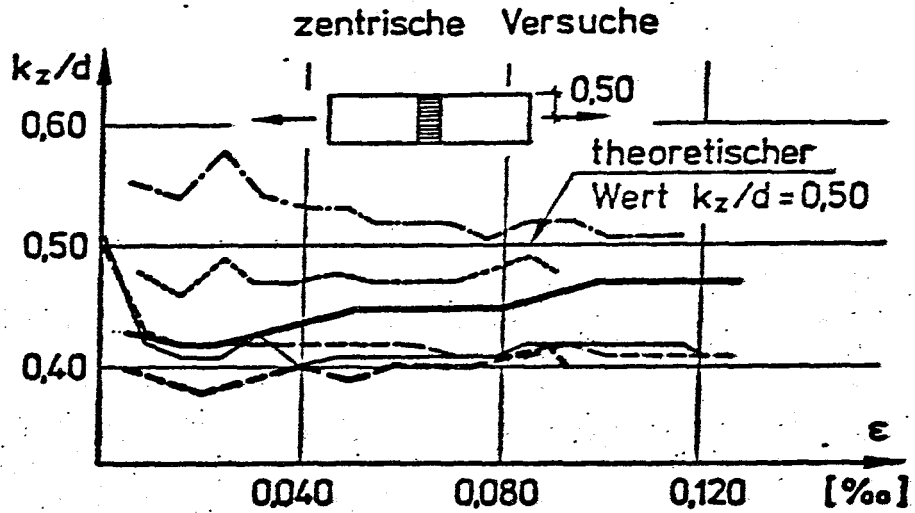


Bild 2.49

Dehnungsverteilungen

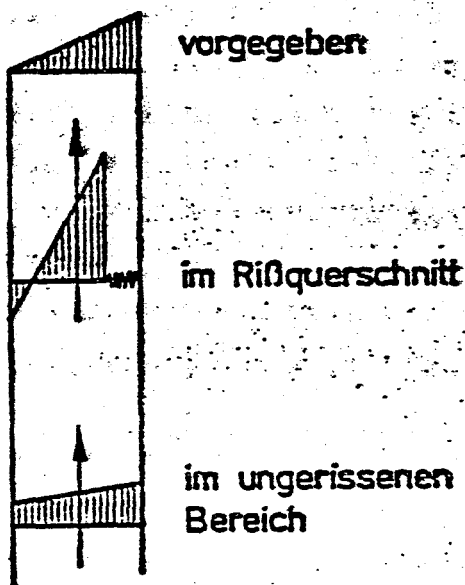


Bild 2.50

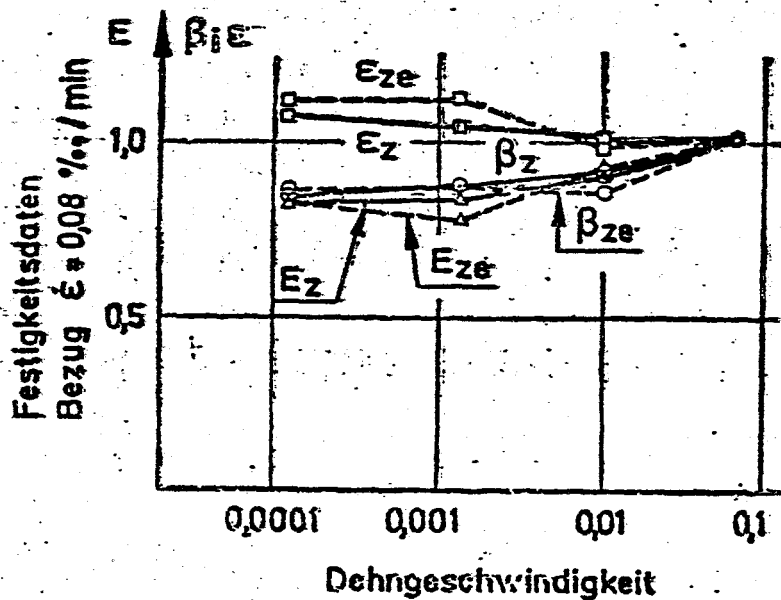


Bild 2.51

Das Versuchsprogramm der Münchener Versuche umfaßt ein ausführliches Studium über den Einfluß einer in weiten Grenzen veränderlichen Dehngeschwindigkeit bei zentrisch und exzentrisch gedehnten Prüfkörpern (Bild 2.51). Wie auch in anderen Versuchen (z.B. KOMLOS [89]), stellt man bei zunehmender Dehngeschwindigkeit eine Festigkeitserhöhung und einen Abfall der Dehnfähigkeit fest. In weiteren Versuchsserien untersuchte man die altersabhängige Entwicklung der an verschiedenen Proben ermittelbaren Zugfestigkeiten und den Einfluß eines Anstriches zwecks Behinderung des Schwindvorganges.

Einen besonderen Raum nehmen die Versuche zur Klärung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens an exzentrisch belasteten Prüfkörpern ein. Während man im ersten Teil des Programms die überwiegende Mehrzahl der Versuche an zentrisch belasteten Probekörpern, bzw. an solchen mit $\epsilon_1 = 0$ durchführte (Bild 2.52), widmete sich HEILMANN [58] in der Fortführung der experimentellen und theoretischen Arbeit einer systematischen Klärung des Einflusses verschiedener Exzentrizitäten auf die Zugfestigkeit von Beton. Außer weiteren zentrischen Versuchen führte er daher Versuche mit Exzentrizitäten $e=0,9, 2,8$ und $10,8$ cm an Prüfkörpern nach Bild 2.43, Form 3 durch. Er stellte dabei fest, daß die gewonnenen Ergebnisse in einem Diagramm $n = \frac{\max N}{\sigma \cdot b \cdot d}$ über e/d aufgetragen ähnlich einer bereits bei MEICHSEN [101] festgestellten Tendenz nicht dem erwarteten rein elastischen

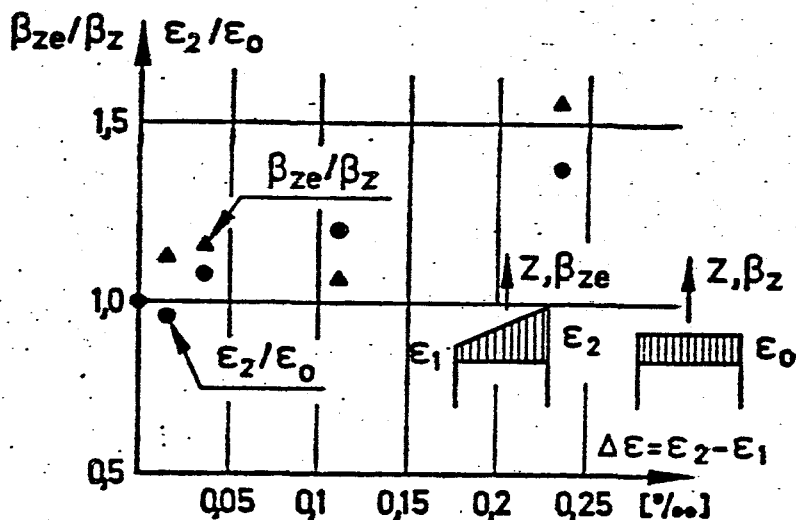


Bild 2.52

Verhalten entsprechen (Bild 2.53). Bei der Erklärung dieses Phänomens verfolgt Heilmann zwei Wege. Ausgehend von zentrischen Versuchsergebnissen, nimmt er beim ersten Verfahren die Gültigkeit einer in zentrischen Versuchen ermittelten $\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ -Linie bis zu einer Grenzdehnung - entspricht $\bar{\epsilon}$ bei $\max \bar{\sigma}$ im zentrischen Zugversuch - auch bei exzentrischen Versuchen an und ergänzt den so entstandenen Spannungskörper mit einem Abschnitt $\bar{\sigma} = \text{const.}$ bis zur Randfaser. Die Höhe dieser Spannung wird aus der Gleichgewichtsbedingung zwischen äußeren und inneren Kräften ermittelt. Wie Bild 2.54 zeigt, ergibt sich hieraus in etwa die Notwendigkeit, die Höchstspannung mit gleicher Intensität bis zum Rande hin gültig anzusetzen.

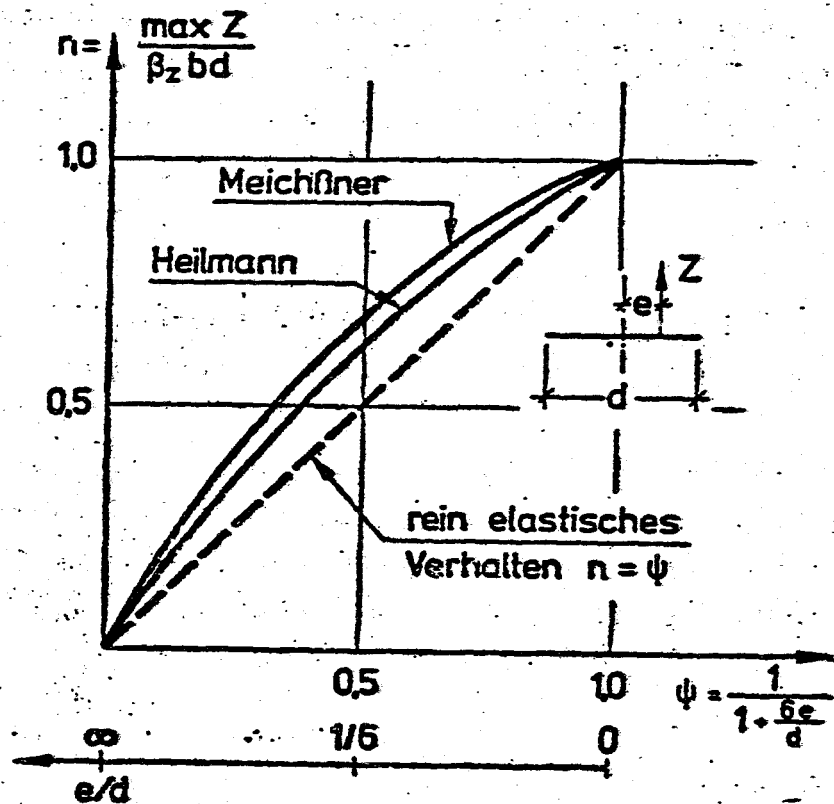


Bild 2.53

Beim zweiten Verfahren verwirft Heilmann die Allgemeingültigkeit einer im zentrischen Versuch ermittelten Spannungs-Dehnungslinie für die einzelnen Faser eines exzentrisch gedehnten Prüfkörpers und führt eine Abhängigkeit der Spannungsverteilung im Querschnitt von der jeweiligen Dehnungsgeschwindigkeit der betreffenden Faser

Bruchzustand

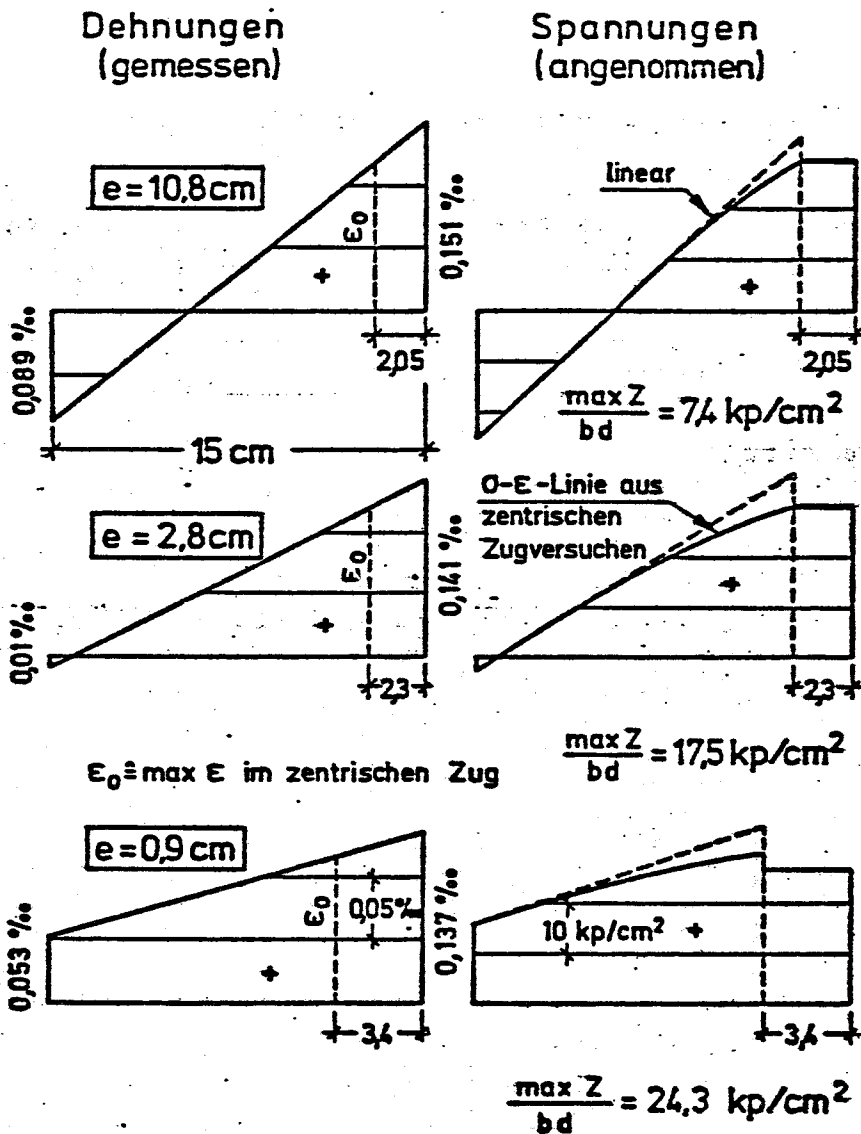


Bild 2.54

ein. Auf diese Weise soll eine durch veränderliche Dehngeschwindigkeiten bewirkte Festigkeitserhöhung Berücksichtigung finden. Allerdings kann hierdurch nur ein Spannungskörper bis zur im zentrischen Zugversuch erzielten Höchstdehnung konstruiert werden, so daß Heilmann für den darüber hinausgehenden Dehnungsbereich noch eine weitere Annahme trifft: Die aus den zentrischen Versuchen gewonnene und durch eine mathematische Funktion - Parabel 2. Ordnung - angenäherte Spannungs-Dehnungslinie soll bei den exzentrisch beanspruchten Proben auch für jene Querschnittsteile Gültigkeit besitzen, die über die Bruchdehnung des zentrischen Versuches hinaus gedehnt sind.

Beide aufgezeichnete Wege enthalten direkt oder indirekt die Annahme einer "Plastizierung" von Beton bei Zugbeanspruchungen und können daher als Erklärung der Ursachen einer Festigkeitssteigerung bei exzentrischen Zugbeanspruchungen aus den in Abschnitt 2.1 näher erörterten Gründen nicht bewertet werden.

Heilmann et al. beschreiben die in Versuchen gefundenen Einflußgrößen auf die Zugfestigkeit B_z wie folgt:

$$B_z = a \cdot b \cdot c \cdot B_w^{2/3}$$

Hierin sind:

$B_w \hat{=}$ Würfeldruckfestigkeit

$a =$ 0,55 für zentrischen Zug
0,66 für exzentrischen ($\epsilon_1 = 0$) Zug
0,86 für Biegezug

$b =$ 0,68 für 3
0,79 für 7
1,00 für 28
1,27 für 90 } Tage Betonalter

$c =$ 1,13 für 0,08 °/oo/min
1,00 für 0,01 °/oo/min
0,98 für 0,00125 °/oo/min
0,96 für 0,00008 °/oo min } Dehngeschwindigkeit

Aus diesen Angaben lassen sich die Festigkeitsverhältnisse im Alter von 28 Tagen bei einer Dehngeschwindigkeit von 0,01 °/oo/ einfach ermitteln: Biegezug-/Zugfestigkeit $\hat{=}$ 1,56 und exzentrische Zug-/Zugfestigkeit $\hat{=}$ 1,20. Heilmann erzielte bei späteren Versuchen für das zuerst genannte Verhältnis nur 1,2 \approx 1. Dies lag vermutlich an einem zu "weichen" Prüfsystem, was zur Herabsetzung der Biegezugfestigkeit führt (GLÜCKLICH u. COHEN [48]).

2.2.2. Biegezugversuch

Die an unbewehrten Balken durch Mittelpunkts- oder Dreipunktsbelastung erzielte Bruchspannung wird als Biegezugfestigkeit bezeichnet (Bild 2.55). Die häufigsten Querschnittsabmessungen der in vielen Ländern genormten Prüfkörper betragen 10 x 10 bzw. 15 x 15 cm, die Spannweite des Balkens 40 - 60 cm. Die Berechnung der Bruchspannung erfolgt in der Regel unter Annahme einer über die Balkenhöhe linearen Spannungsverteilung, d.h. nach der Balkentheorie.

Lange Zeit war die Durchführung von Biegezugversuchen die einzige Möglichkeit, einen Aufschluß über die Zugfestigkeit von Beton zu gewinnen. Bereits aus früheren Versuchen von ABRAMS (1922), GONNERMAN u. SHUMAN (1928), REAGEL u. WILLIS (1931), KELLERMAN (1933), GOLDBECK (1942)⁺ konnte man jedoch feststellen, daß in

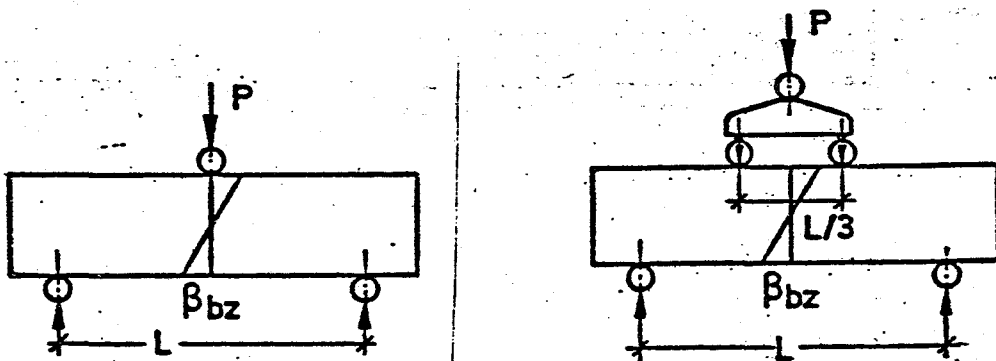


Bild 2.55

Balkenversuchen erzielte Zugfestigkeiten sowohl von der Art der Belastung - eine oder zwei Einzellasten - als auch von den Abmessungen des Prüfkörpers abhängig sind; insbesondere fiel eine starke Abhängigkeit von der Balkenhöhe auf. Eine schlüssige Erläuterung dieses Phänomens ist aus der Literatur bis heute nicht bekannt.

⁺) Für die Beschreibung früherer Arbeiten vgl. LINDNER u. SPRAGUE [94], WRIGHT [150] und NIELSEN [107].

WRIGHT [150] führte umfangreiche Versuche an Biegezugbalken nach beiden in Bild 2.55 dargestellten Belastungsanordnungen durch. Im Vordergrund seiner Untersuchungen steht der Einfluß der Balkenhöhe und der Belastungsgeschwindigkeit auf die Biegezugfestigkeit. Um eine herstellungsbedingte Abhängigkeit der Körpergröße auf die Festigkeitseigenschaften zu eliminieren, prüfte er auch solche Körper, die aus größeren Betonblöcken herausgeschnitten wurden. Einige seiner Versuchs-

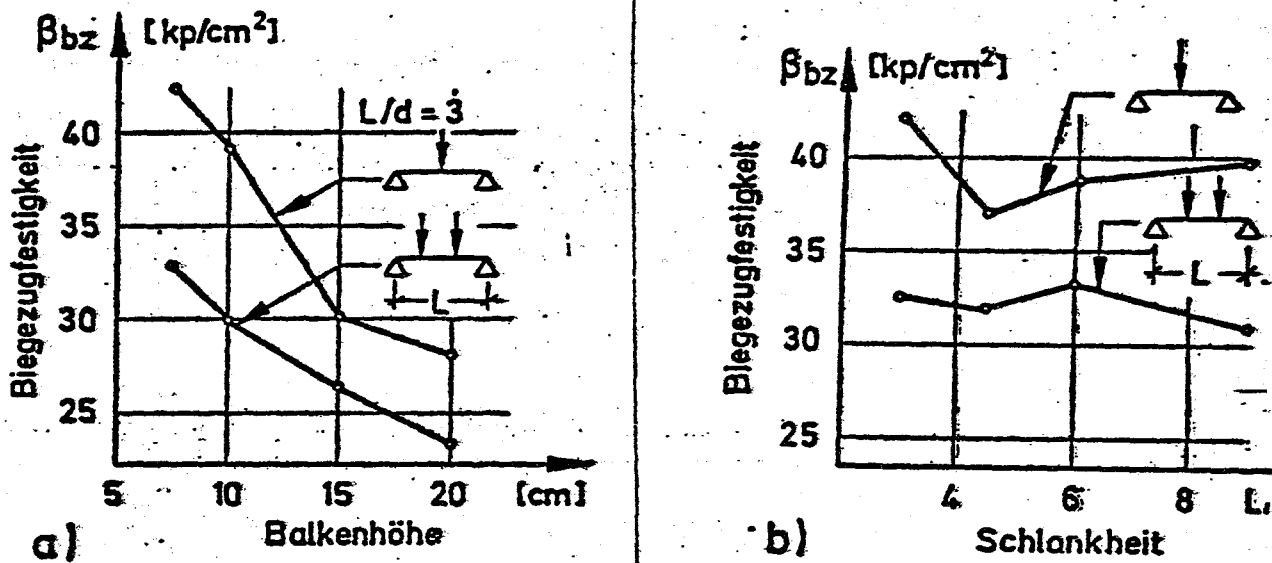


Bild 2.56

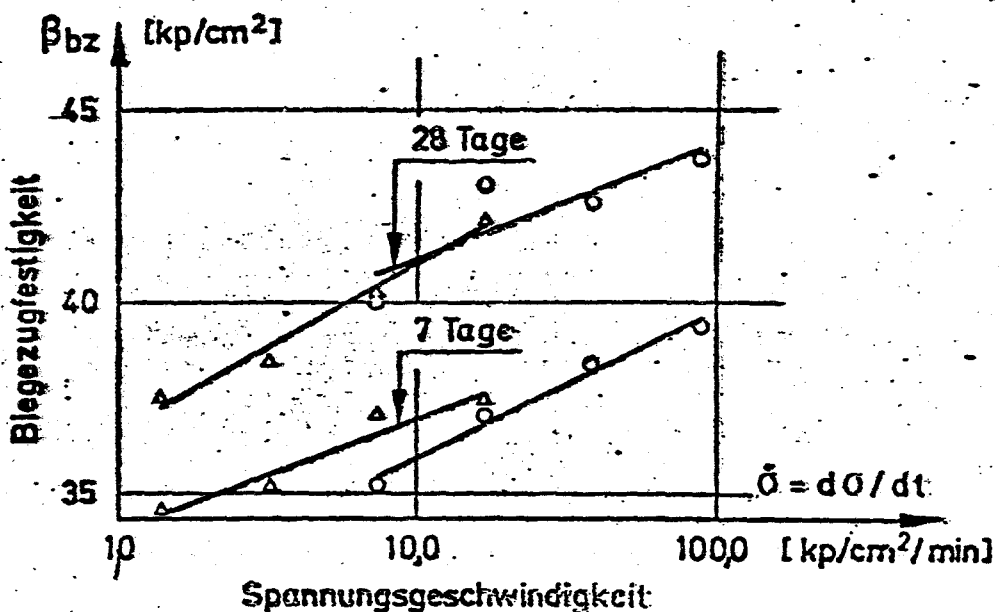


Bild 2.57

ergebnisse zeigen die Bilder 2.56 - 2.57. Als stärkste Einflußgröße erweist sich die Höhe des Prüfkörpers; die in Bild 2.56 a aufgetragenen Ergebnisse könnten allerdings auch durch die Breite des Querschnittes beeinflusst sein, da Wright stets quadratische Querschnittsformen prüfte. Eine herstellungsbedingte Verringerung der Biegezugfestigkeit kann nach Wright's Angaben bei Verdoppelung aller geometrischen Abmessungen bis zu 15 % ausmachen.

Während die erwähnten Untersuchungen eine starke Beeinflussung der Biegezugfestigkeit durch die Balkenhöhe - im Bereich von 7,5 - 20 cm rd. 40 % Abfall - ergeben, findet NIELSEN[107] im gleichen geometrischen Bereich, allerdings an sehr schlanken Balken - Spannweite stets 100 cm - praktisch gar keine Auswirkung. Zusammen mit älteren Versuchsergebnissen überprüft er alle seiner Meinung nach wichtigen Parameter und führt entsprechende Korrekturen durch, um das "echte" Maß der Höhenabhängigkeit zu ermitteln.

So berücksichtigt er die schlankheitsbedingte Abweichung der nach der Balkentheorie bestimmten Bruchspannung von der aus der Scheibentheorie resultierenden ("Seewald-Effekt"). Wie Bild 2.58 jedoch zeigt, ist diese Abweichung bis zu den üblicherweise

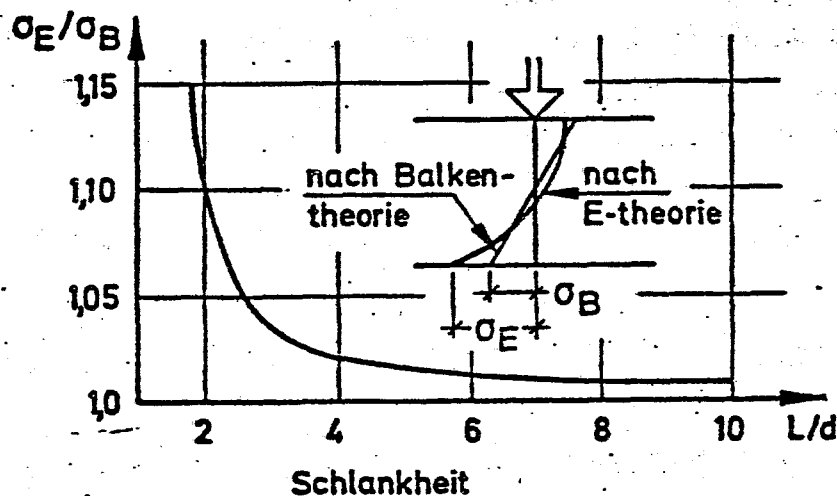


Bild 2.58

verwendeten Schlankheiten von 1:3 praktisch vernachlässigbar klein (3,5 %). Des weiteren korrigiert Nielsen die Versuchswerte durch Berücksichtigung unterschiedlicher Spannungsgeschwindigkeiten bei Balken geringer und großer Höhe. Diese Unterschiede entstehen dadurch, daß in der Regel bei unterschiedlichen Balkenabmessungen die Belastungsgeschwindigkeit konstant gehalten wird. Hierbei kann allerdings ebenfalls nur eine geringe Veränderung erwartet werden, da eine Erhöhung der Biegezugfestigkeit um rd. 10 % erst bei einer rd. zehnfachen Veränderung der Spannungsgeschwindigkeit eintritt (Bild 2.57). Konstante Laststeigerung in den Wright'schen Versuchen unterstellt, beträgt z.B. die Änderung der Spannungsgeschwindigkeit vom niedrigsten bis zum höchsten Wert der Biegezugfestigkeit im untersuchten Bereich lediglich 7.

Schließlich unterzieht Nielsen die ihm bekannten Versuche verschiedenen statistischen Korrekturen nach Länge und Breite der Balken und erreicht nach diesen Umrechnungen für die im Bild 2.56 a dargestellten Ergebnisse eine verbleibende "echte" Höhenabhängigkeit von nur noch 8 %. Wegen der verwendeten statistischen Annahmen wird Nielsens Methode in Abschnitt 3.2 noch eingehend erörtert. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß er offensichtlich den Einfluß der Spannungsgeschwindigkeit stark überhöht ansetzt. Die größte Steigerungsrate der Zugfestigkeit mit zunehmender Spannungsgeschwindigkeit stellen McNEELY u. LASH [100] fest (Bild 2.59); sie geben für eine jeweils zehnfache Erhöhung der Spannungsgeschwindigkeit eine mittlere Festigkeitssteigerung von rd. 10 % an. Nielsens Annahme, wonach er rd. 17 % Festigkeitserhöhung nach Bild 2.56 a allein durch diesen Zusammenhang erklärt, würde einen viel stärkeren, bis jetzt allerdings nicht bestätigten Einfluß voraussetzen.

LINDNER u. SPRAGUE [94] studieren die Höhenabhängigkeit der Biegezugfestigkeit an Balken mit quadratischem Querschnitt und konstanter Schlankheit. Ihre an beiden Belastungsanordnungen gewonnenen Ergebnisse sind in Bild 2.60 aufgetragen. Hieraus ist im untersuchten Bereich eine ausgeprägte Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe zu erkennen. Lindner und Sprague weisen darüber hinaus auf eine nennenswerte Erhöhung

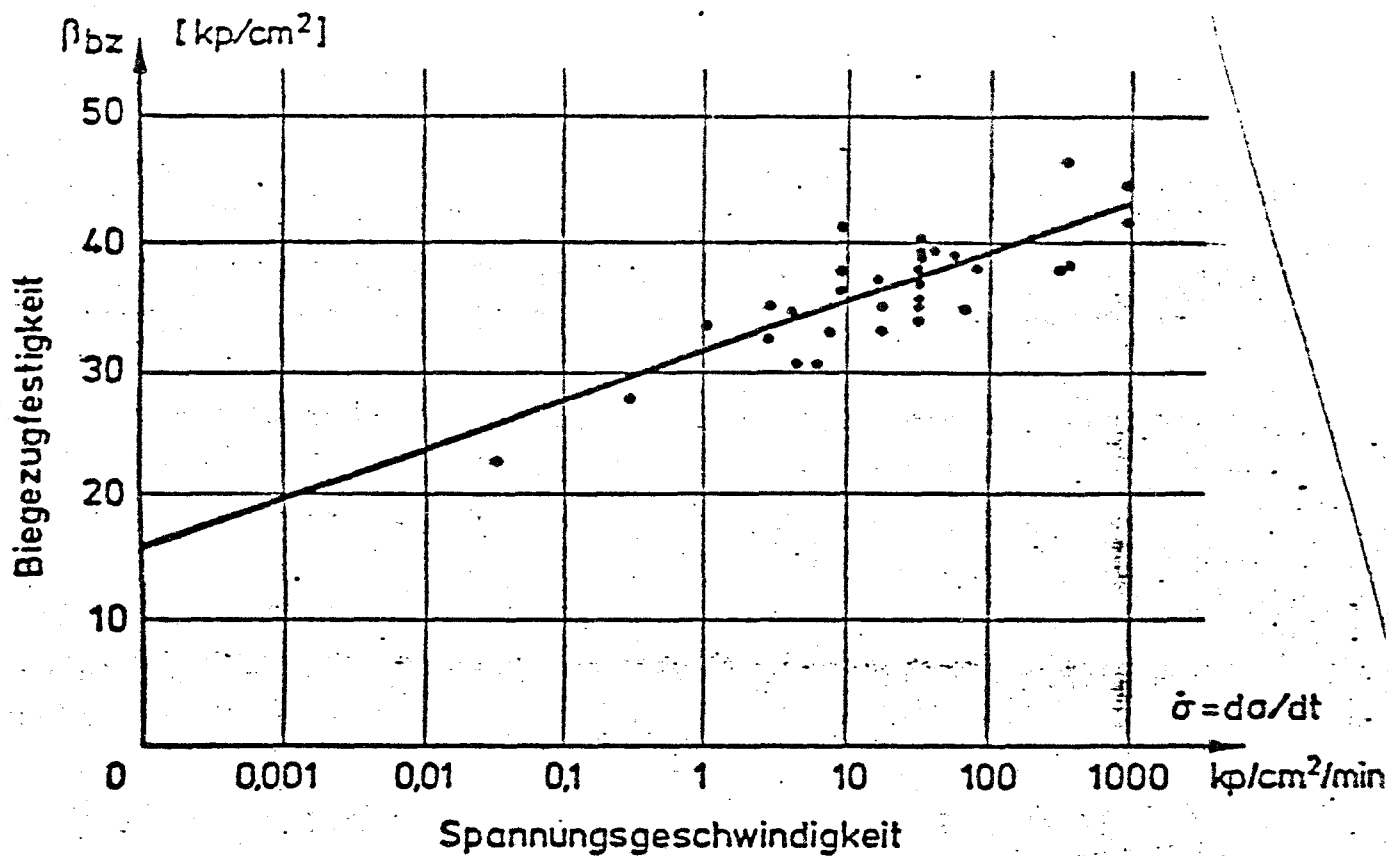


Bild 2.59

der Biegezugfestigkeit für den Fall hin, wenn die beim Betonieren unten liegende Seite des Prüfkörpers in die Zugzone fällt. Dieser Einfluß wird auch in jeder weiteren Versuchsserie erwähnt.

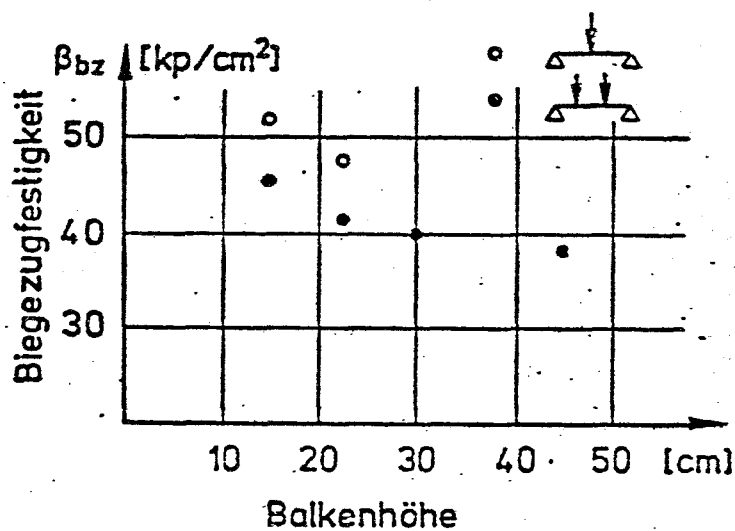


Bild 2.60

Zur Erläuterung der Höhenabhängigkeit der Biegezugfestigkeit untersuchen Lindner u. Sprague unterschiedliche E-Moduli für Druck- und Zugbeanspruchung (Bild 2.61a) sowie eine parabolische (Bild 2.61 b) und auch eine aus linearen und parabolischen Abschnitten zusammengesetzte Verteilung (Bild 2.61 c) der Zugspannungen. Im wesentlichen gehen sie, wie auch HEILMANN [58] (vgl. Abschnitt 2.2.1) für den Fall exzentrischer Zugbeanspruchungen und AVRAM et al. [6] für Biegezugbeanspruchung von einer "Plastizierung" der Zugzone aus, was jedoch den bekannten physikalischen Tatsachen widerspricht.

TODD [135] ermittelte Spannungs-Dehnungslinien aus den bei Biegezugversuchen gemessenen Dehnmesswerten unter Zugrundelegung einer geradlinigen Dehnungsverteilung aus den Gleichgewichtsbedingungen (Bild 2.22) und stellte hierbei - ebenso wie bei zentrischen Zugversuchen - einen ausgeprägt gekrümmten Verlauf fest. Die Ursachen dieser "Plastizierung" sind in Abschnitt 2.1 besprochen.

BERENBAUM u. BRODIE [11] erläutern die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe unter Annahme von Randschichten, die eine höhere Zugfestigkeit als der Kernbereich aufweisen. Sie rechnen an Gipsbalken durchgeführte Versuche (Bild 2.62) nach und stellen bei Voraussetzung von Randschichten mit einer Dicke von rd. 0,8 mm bei doppelt so hoher Festigkeit wie im Kernbereich eine zufriedenstellende Übereinstimmung fest.

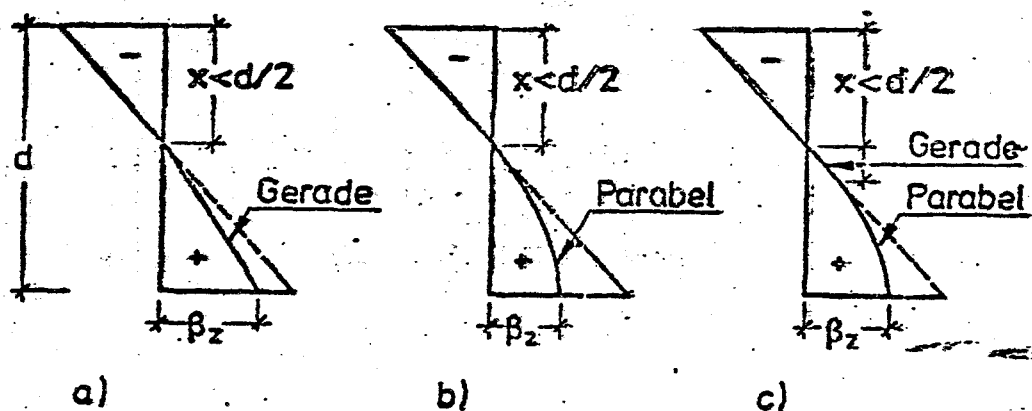


Bild 2.61

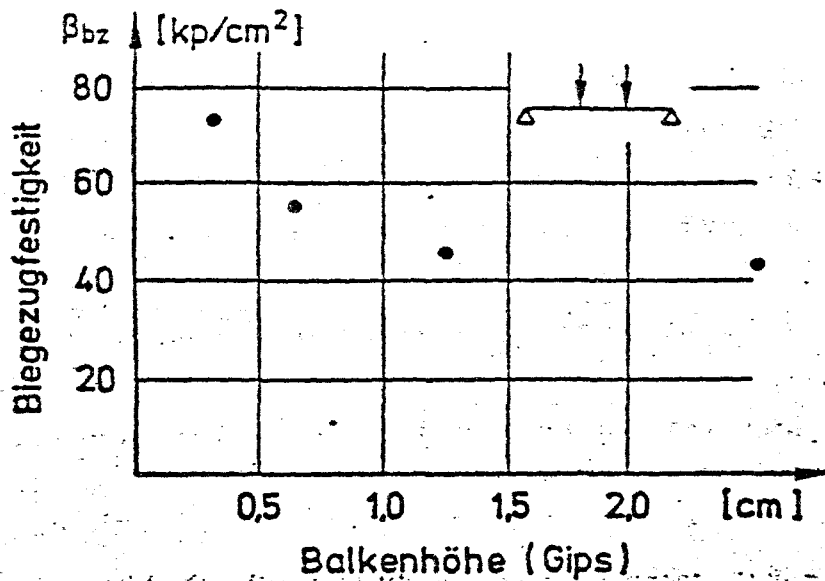


Bild 2.62

Unterschiedliche Festigkeiten in den äußeren Schichten von Biegezugbalken sind grundsätzlich vorstellbar: Berenbaum u. Brodie erwähnen z. B. die äußeren Glasurschichten von Porzellan. Bei natürlichen wie künstlichen Gesteinen darf jedoch angenommen werden, daß der Randbereich im Vergleich zum Kern eine eher geringere als höhere Festigkeit aufweist. Bei Beton kann darüber hinaus eine herstellungsbedingte, schichtenweise unterschiedliche Zugfestigkeit experimentell nachgewiesen werden (z. B. WRIGHT [150]); die Größenordnung der gefundenen Unterschiede (max. 15 %) reicht jedoch keineswegs aus, um die Höhenabhängigkeit der Biegezugfestigkeit allein hierdurch zu erläutern.

DURELLI u. PARKS [33] führten an den in Bild 2.33 dargestellten "dogbone"-Körpern auch Biegezugversuche mit beiden in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Kunststoffen durch. Sie variierten nur die Breite des Balkens bei konstanter Balkenhöhe von $d=0,64$ cm. Beim "CR-39"-Material bewirkt eine Verringerung der Balkenbreite von $b = 0,8$ auf $b = 0,48$ cm eine Erhöhung der Biegezugfestigkeit um 17 %, beim Plexiglas um 50 %. In beiden Fällen kann allerdings der Einfluß der Herstellung der Probekörper - Wärmeentwicklung beim Herausschneiden - nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden.

OLADAPO [111] untersuchte an Hand von Biegezugversuchen mit konstanten Prüfkörperabmessungen von 10 x 10 x 60 cm vor allem den Einfluß der Betonzusammensetzung auf das Festigkeits- und Verformungsverhalten der Biegezugzone. Über die bereits im Zusammenhang mit der Mikrorißbildung (Abschnitt 2.1, Bild 2.11) erörterten Beobachtungen hinaus stellte er fest, daß das Verhältnis Spaltzug-/Biegezugfestigkeit mit zunehmender Betongüte stark abfällt. Es beträgt bei einer Zylinderfestigkeit von $B_c = 132 \text{ kp/cm}^2$ etwa 0,73 und bei $B_c = 404 \text{ kp/cm}^2$ nur noch 0,664. Oladapo fand außerdem einen engen Zusammenhang zwischen der Spaltzugfestigkeit und der zu Beginn der schnellen Zerstörungsphase herrschenden Biegezugspannung ("kritische Spannung"). Diese Beobachtung steht nicht voll im Einklang mit den Erfahrungen von KAPLAN [85] der bei Spaltzug- wie Biegezugkörpern von gleich großen Spannungen an der Rißgrenze berichtet.

WELCH [146] befaßte sich vor allem mit den Verformungseigenschaften von Biegezugbalken. Er wählte je nach max. Korngröße Balkenquerschnitte von 10 x 10 bzw. 15 x 15 cm. Wie bereits erwähnt (Bild 2.20), gibt Welch mehrere Grenzwerte für die

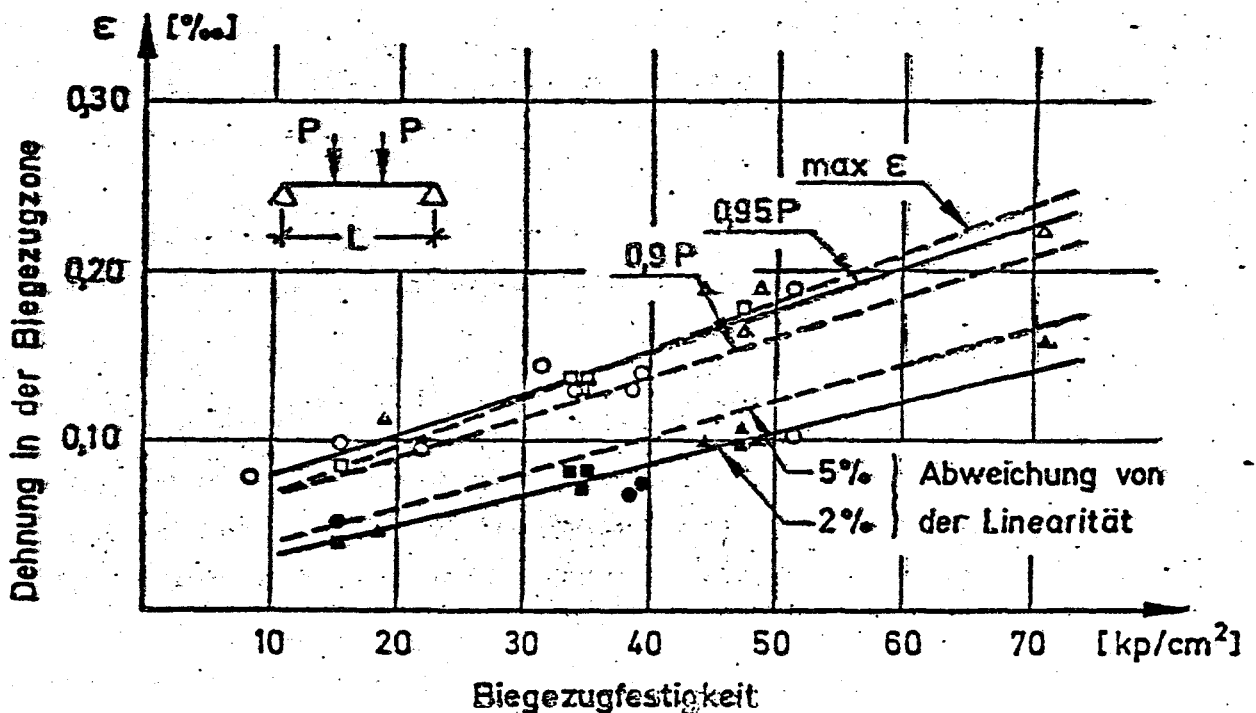


Bild 2.63

Dehnungen an, um den subjektiven Fehler, der bei einer ausschließlichen Angabe der Bruch- oder maximalen Dehnungen entsteht, geringer zu halten. Aus zahlreichen Versuchen stellt er eine allgemeine Zunahme der Dehnfähigkeit mit der Biegezugfestigkeit (Bild 2.63) fest. Zusammen mit an Mörtelproben erzielten Ergebnissen gibt Bild 2.64 - unter Angabe des zugehörigen Festigkeitsbereiches - Auskunft über die einzelnen Grenzbereiche der Dehnungen, definiert nach Bild 2.20. Die höhere Dehnfähigkeit von Mörtel erläutert Welch mit der feineren Struktur, die eine kontinuierlichere Mikrorissbildung als bei Beton ermöglicht.

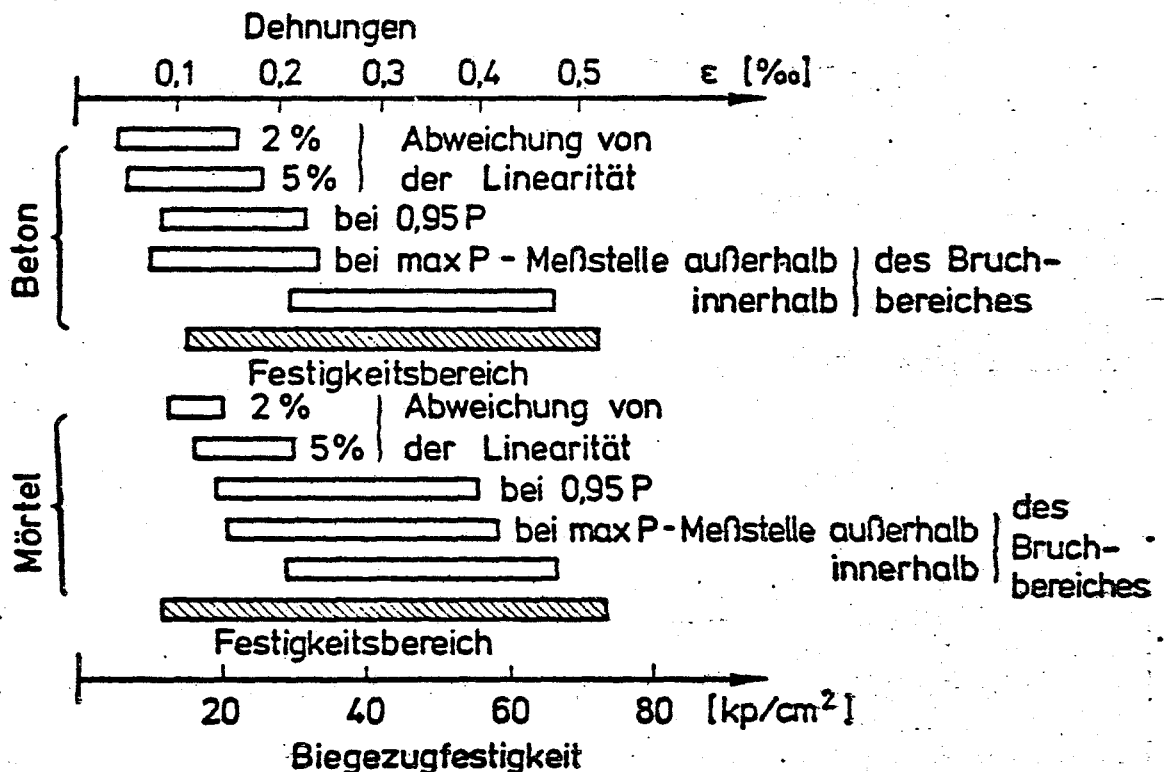


Bild 2.64

KARVAEV [86] berichtet über eine starke Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe. (Bild 2.65). Wie bereits erwähnt (vgl. Bild 2.47), geht er bei der Erläuterung dieses Phänomens von einer "Plastizierung" der Zugzone aus, was auf eine falsche Deutung dehnungsgesteuert durchgeführter zentrischer Zugversuche zurückzuführen ist. Zur mathematischen Beschreibung dieses Phänomens schlägt Karvaev einen Erhöhungs-

faktor für die zentrische Zugfestigkeit in Form von $(1 + \frac{k}{h_z})$ vor, wobei h_z die Höhe der Zugzone und k ein Materialkonstant ist. Unter Bezugnahme auf nicht näher diskutierte Versuche gibt er für k folgende Werte an:

| | |
|--------------------|--------------|
| Gips-Sand-Mörtel | 0,5 - 1,0 cm |
| Silikatbeton | 2,0 - 3,0 cm |
| Zement-Sand-Mörtel | 3,0 - 4,0 cm |
| Beton | 5,0 - 7,0 cm |

Diese strukturabhängige Unterscheidung bei der Beschreibung der Höhenabhängigkeit entspricht auch anderen Versuchserfahrungen.

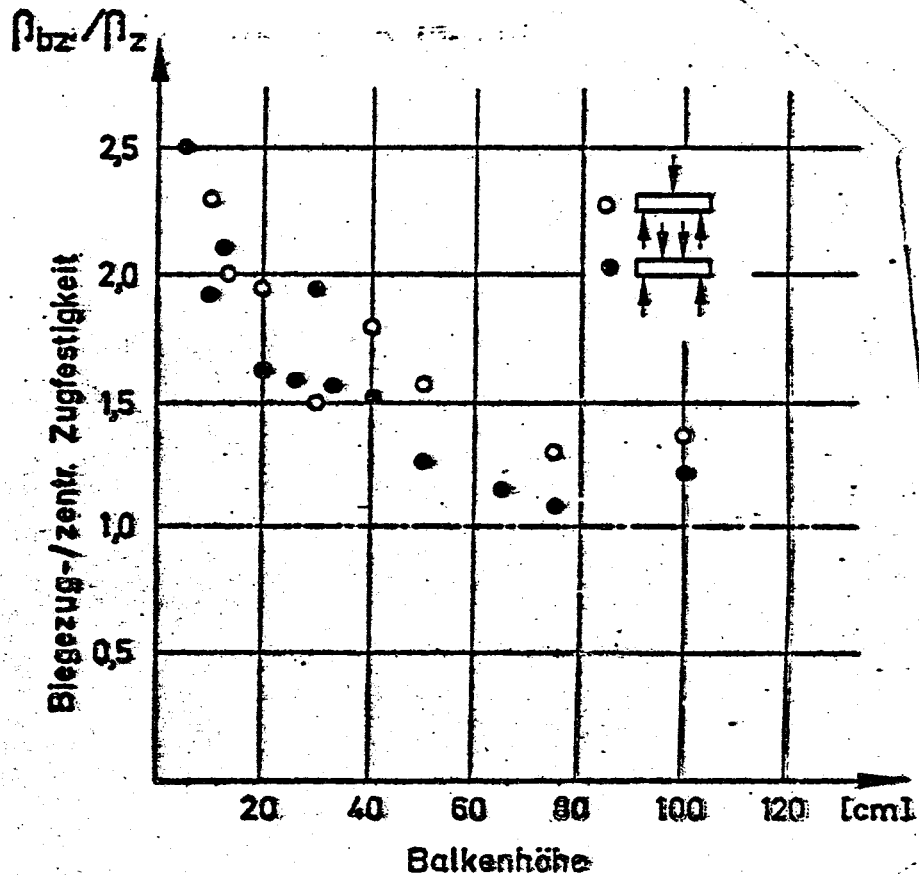


Bild 2.65

2.2.3. Spaltzugversuch

In Spaltprüfungen wird ein infolge konzentrierter Krafteinleitung entstehendes Zugspannungsfeld zur Ermittlung der Zugfestigkeit verwendet. In dieser Weise belastete Probekörper -

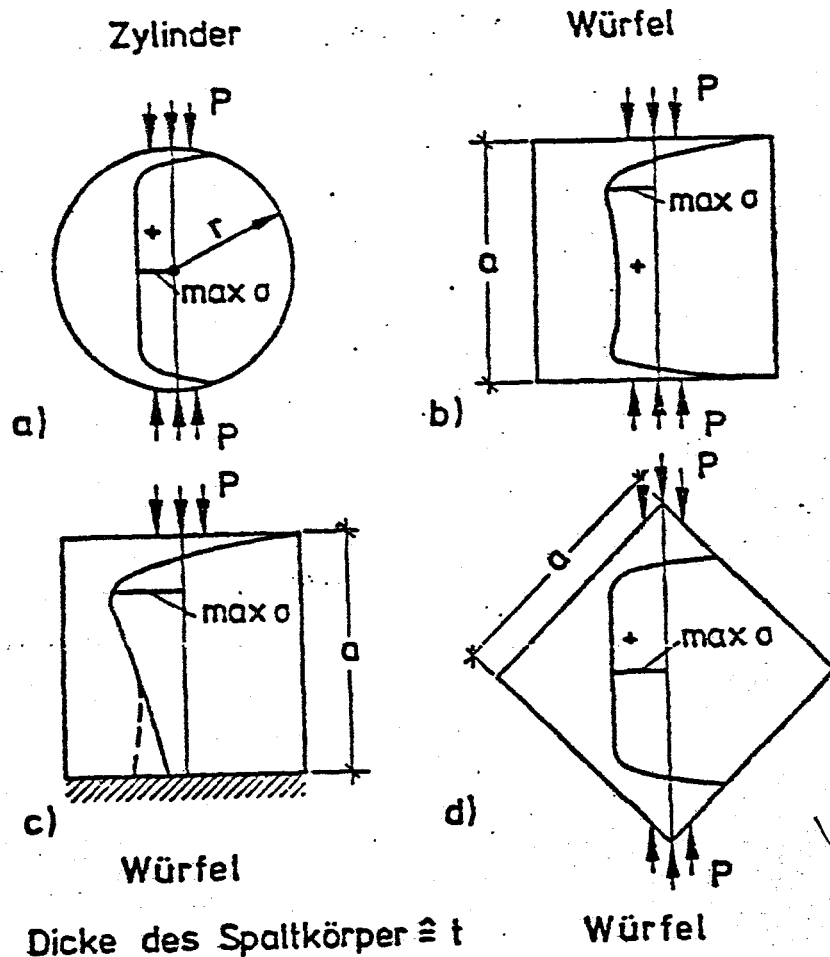


Bild 2.66

Kreisscheiben, Zylinder oder Würfel nach Bild 2.66 - befinden sich in einem nahezu ebenen, zweiachsigen Spannungszustand. Aus der maximalen Last wird die Spaltzugfestigkeit in der Regel nach der Elastizitätstheorie ermittelt (BALAZS [7], BONZEL [15], DAVIES u. STAGG [27], usw):

Zylinder, Kreisscheibe (Bild 2.66a)

$$B_t = \frac{P}{\pi r t}$$

Würfel, liegend, symmetrisch belastet (Bild 2.66b)

$$B_t = \frac{2P}{\pi a^2}$$

Würfel, liegend, einseitig belastet (Bild 2.66c)

$$\sigma_t = \frac{1,42P}{\pi a^2}$$

Würfel, hochkant gestellt (Bild 2.66d)

$$\sigma_t = \frac{1,62P}{\pi a^2}$$

Die maximale Zugspannung quer zur eingeleiteten Kraft tritt beim Zylinder und hochkant gestellten Würfel in Körpermitte, bei liegend geprüften Würfeln in einem Abstand von rd. $0,2a$ von der belasteten Oberfläche entfernt auf.

Die Ermittlung der Zugfestigkeit von spröden Stoffen in Spaltprüfungen schlug der Brasilianer CARNEIRO [21] 1947 vor. Diese Prüfungsart wird daher in der angelsächsischen Literatur häufig als "Brasilian-test" bezeichnet. Den nach Elastizitätstheorie ermittelten Spannungszustand eines Spaltzylinders (oder Scheibe) senkrecht zur Spaltebene zeigt Bild 2.67.

Während die Höhe des gleichmäßig auf Zug beanspruchten Bereiches

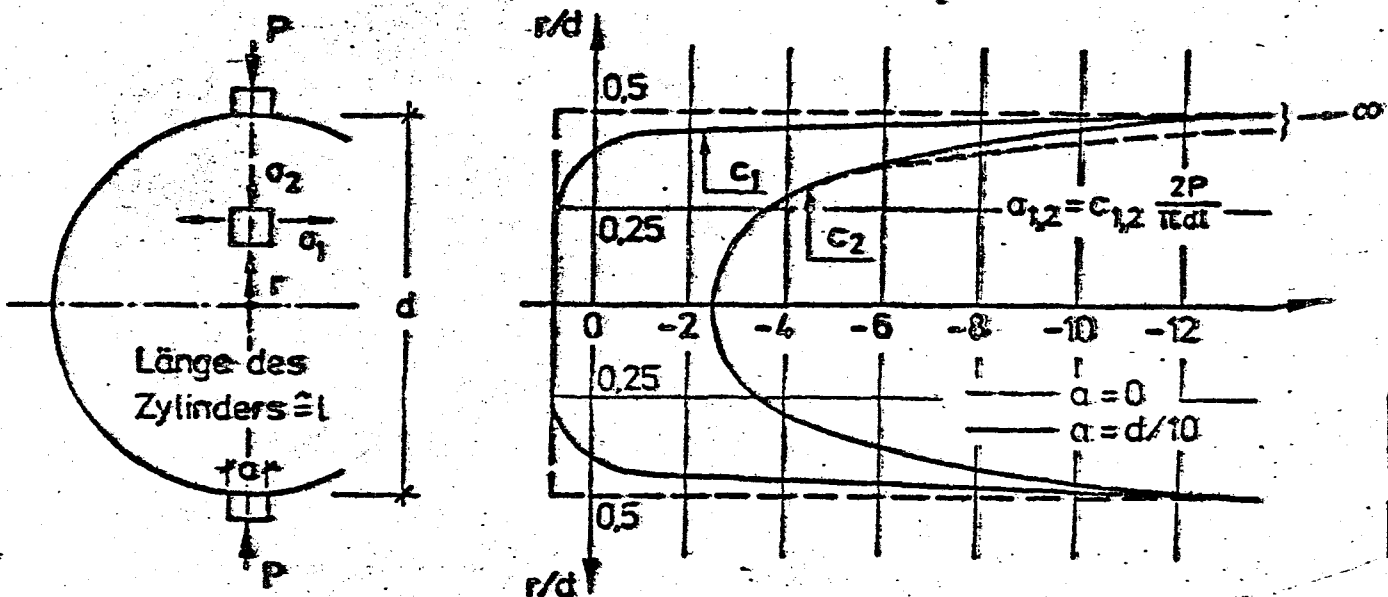


Bild 2.67

durch die tatsächliche Lasteintragungsbreite relativ stark beeinflusst wird, übt dieses Maß bei üblichen Versuchsanordnungen einen nur geringen einfluß auf die "Gleichmäßigkeit" der Verteilung aus. So weist WRIGHT [151] nach, daß eine radiale Lasteintragung bis zu einem Öffnungswinkel von 15° lediglich eine Abweichung $< 2\%$ von der theoretischen, unter Annahme einer Linienlast berechneten Zugspannung verursacht.

Erste systematische Untersuchungen beschäftigten sich vor allem mit der geeigneten Wahl von Lasteintragungsstreifen und Prüfkörperabmessungen. So erprobte WRIGHT [151] Stahl-, Gummi- und Sperrholzstreifen und empfiehlt letztere mit einer Breite von $\sim d/10$ anzuwenden. Der Durchmesser des Spaltzylinders (d) ist nach seinen Ergebnissen im Hinblick auf die max. Korngröße (max D) zu wählen; ein Spaltzylinder $\varnothing 10$ cm sollte höchstens bis zu max. $D = 19$ mm verwendet werden. Eine Vergrößerung der Höhe des Zylinders wirkt sich nach Wright's Versuchen vor allem auf den Variationskoeffizienten günstig aus.

BERENBAUM u. BRODIE [11] befassen sich mit dem Einfluß der Zylinder-höhe auf die Spaltzugfestigkeit an Gipsproben. Nach ihren in Bild 2.68 aufgetragenen Versuchsergebnissen ist beim Übergang vom Zylinder zur Kreisscheibe eine Erhöhung der Spalt-

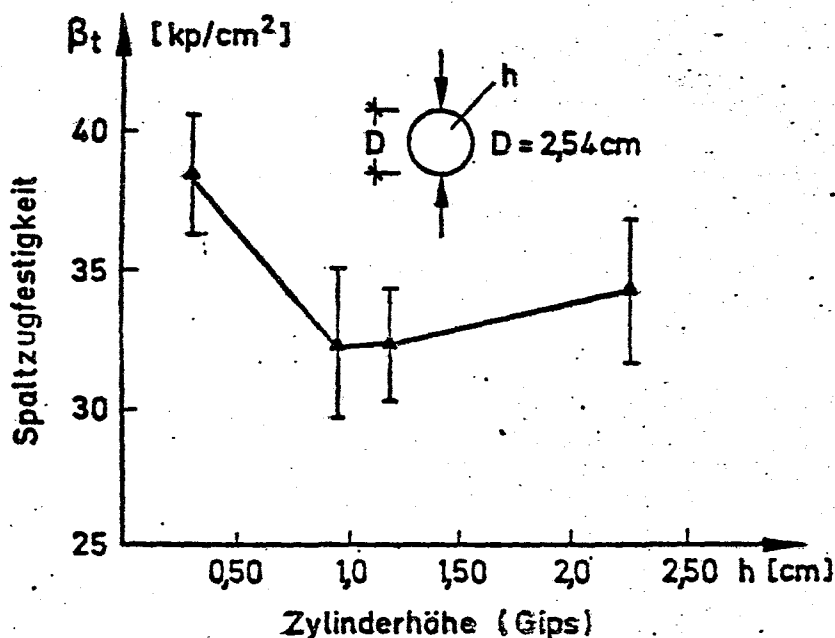


Bild 2.68

zugfestigkeit zu erwarten, die jedoch keine so starke Veränderung des Variationskoeffizienten mit sich bringt, wie dies Wright feststellt.

McNEELY u. LASH [100] untersuchten an Spaltzylindern die Auswirkung verschiedener Einflußgrößen - vorangegangene Druckbelastung, Temperatur usw. - auf die Zugfestigkeit von Beton. Bei Verwendung eines Zuschlags mit $\max D = 12,5$ mm erhielten sie an Spaltzylindern $\varnothing 15$ cm eine geringfügig niedrigere Zugfestigkeit als an $\varnothing 10$ cm; der Variationskoeffizient ging allerdings mit

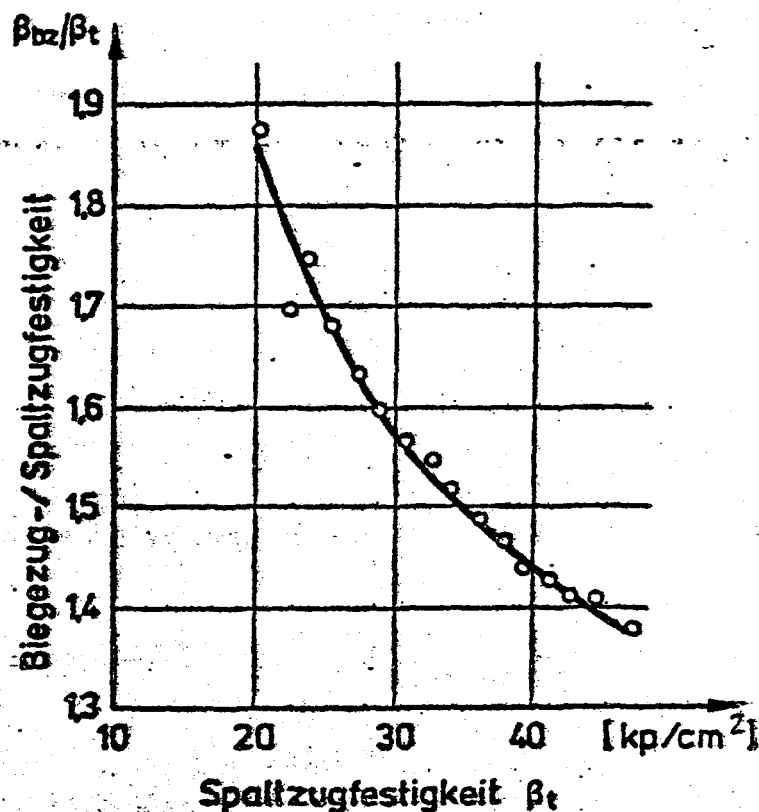


Bild 2.69

Vergrößerung des Zylinderdurchmessers von 7,3 % auf 4,5 % zurück. Ein Vergleich der Ergebnisse mit an $7,5 \times 7,5 \times 30$ cm Balken gewonnenen Biegezugfestigkeiten führt auf einen Umrechnungsfaktor von rd. 1,5.

NARROW u. ULLBERG [106] stellten die Biegezug- und Spaltzugfestigkeit von Beton unterschiedlicher Prismenfestigkeit und Zusammensetzung gegenüber. Sie beobachteten bei geringeren Spaltzugfestigkeiten eine relativ höhere Biegezugfestigkeit. (Bild 2.69).

SELL [126] wie später auch SPOONER [130] befassen sich mit dem Einfluß des Lasteintragsstreifens auf die Spaltzugfestigkeit. Grundsätzlich bestätigen sie die bereits von WRITHT [151] festgestellte Tendenz, daß härtere Streifen - z. B. aus Stahl - die Spaltzugfestigkeit herabsetzen. Der Unterschied zwischen Spaltzugfestigkeiten an Zylindern \varnothing 10 bzw. \varnothing 15 cm ist nach den Ergebnissen von Spooner nur geringfügig.

Mit dem Bruchmechanismus eines Spaltzylinders setzt sich FAIRHURST [40] auseinander. Ausgehend von der Gültigkeit des modifizierten Bruchkriteriums für zweiachsige Spannungszustände nach Griffith (vgl. z. B. bei EIBL u. IVANYI [34]) zeigt er, daß die maximale Auslastung eines Spaltzylinders in der Ebene des Scheibenzustandes je nach Verhältnis von

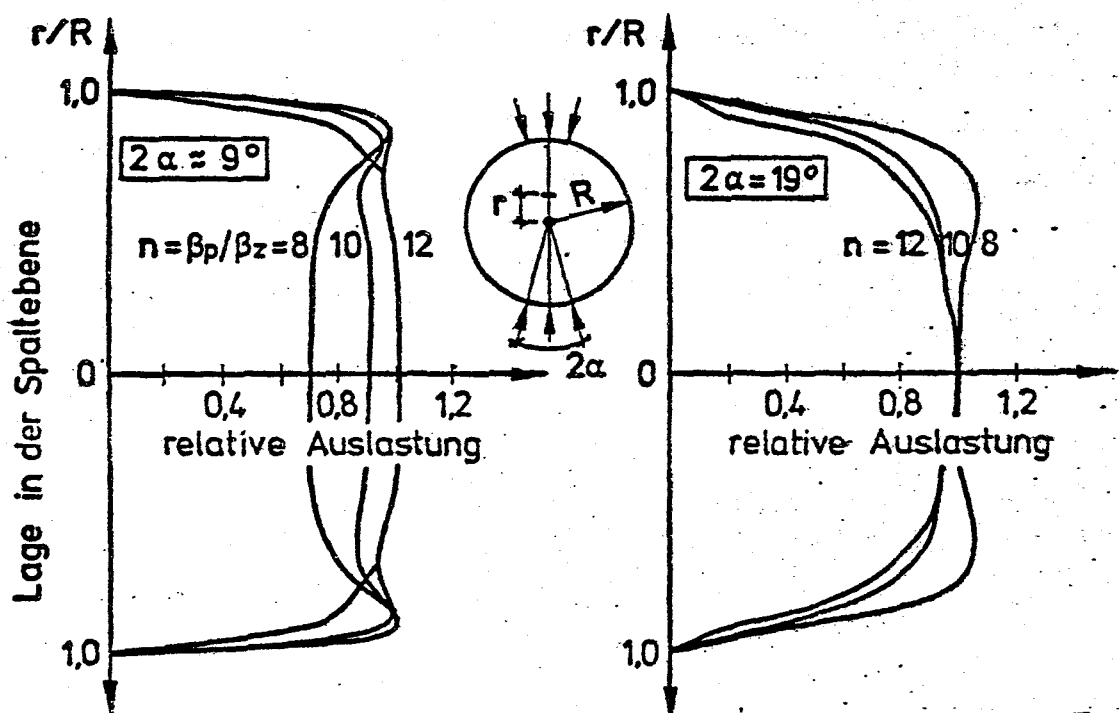


Bild 2.70

Druck-/Zugfestigkeit (n) bzw. Lasteintragungsbreite nicht immer im mittleren, in Querrichtung nahezu gleichmäßig auf Zug beanspruchten Bereich liegt. Beziffert man die maximale Auslastung, d. h. jene Spannungscombination, die der zweiachsigen Bruchhüllkurve am nächsten liegt, mit 1,0, so ergeben sich die in Bild 2.70 für verschiedene Festigkeitsverhältnisse n und zwei Lasteintragungsbreiten dargestellten relativen Auslastungen in der Spaltebene. Im Bereich der zweiachsigen Druckspannungen münden alle Kurven bei einer relativen Auslastung von 0,0, da nach dem Bruchkriterium von Griffith eine zweiachsige Druckbeanspruchung mit $\sigma_1 = \sigma_2$ keinen Bruch herbeiführen kann.

Aus diesem Bild geht hervor, daß sowohl niedrige Druck-/Zugfestigkeitsverhältnisse ($n < 10$) als auch eine zu schmal gewählte Lasteintragungsbreite ($< d/10$) zu einer maximalen Auslastung außerhalb des auf gleichmäßigen Zug beanspruchten mittleren Bereiches führen. Da der Bruch in solchen Fällen nicht, weil die Zugfestigkeit erreicht wurde, eintritt, wird die tatsächlich vorhandene Zugfestigkeit unterschätzt.

Nach Bild 2.70 bewirkt eine Erhöhung der Lasteintragungsbreite, daß der maximal ausgelastete Bereich stets in die Mitte des Spaltzylinders verschoben wird. Eine dabei zunehmend ungleichmäßigere Zugspannungsverteilung kann allerdings auch zur Verfälschung der Versuchsergebnisse führen. MELLOR u. HAWKES [102] entwickelten daher eine Prüfvorrichtung mit gekrümmten Druckplatten, wobei sie durch geeignete Wahl der Radienverhältnisse Prüfkörper/Druckplatte eine erhebliche Reduktion der Kontaktpressungen auch bei nur schmalen Lasteintragungsbreiten erzielen konnten.

In ihren Versuchen zum Studium des Einflusses des Prüfkörpervolumens auf die Spaltzugfestigkeit stellten sie je nach dem, ob sie den Durchmesser des Spaltzylinders (Bild 2.71) oder die Höhe variierten (Bild 2.72), erhebliche Unterschiede fest. Eine Vergrößerung des Prüfkörpervolumens durch Veränderung der Zylinderhöhe verursacht einen wesentlich geringeren Abfall der Spalt-

zugfestigkeit, als wenn dasselbe durch Vergrößerung des Zylinderdurchmessers geschieht. Beide Abmessungen eines Spaltzylinders sind nach Mellor u. Hawkes im Hinblick auf die heterogene

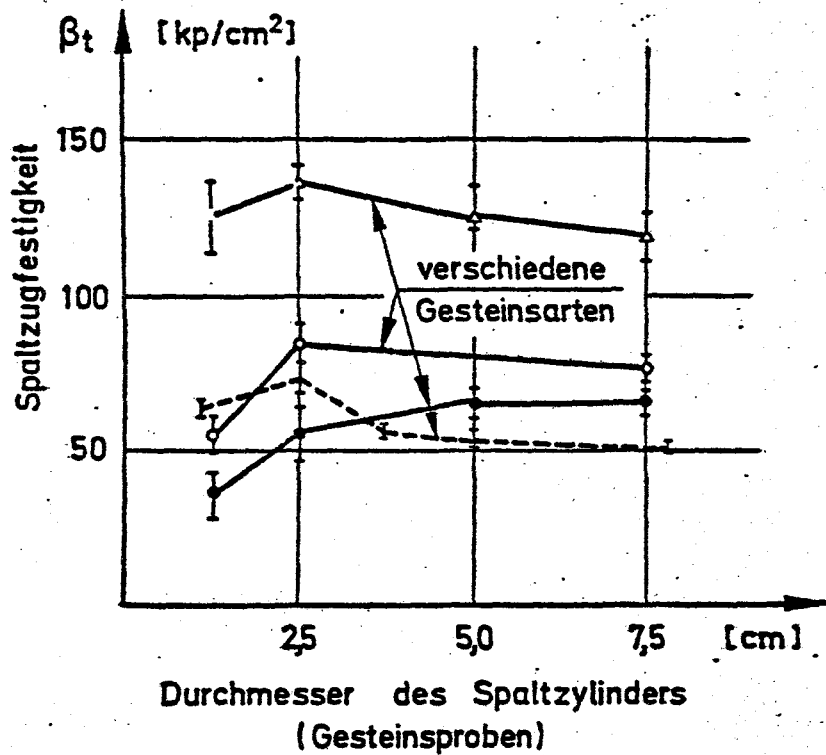


Bild 2.71

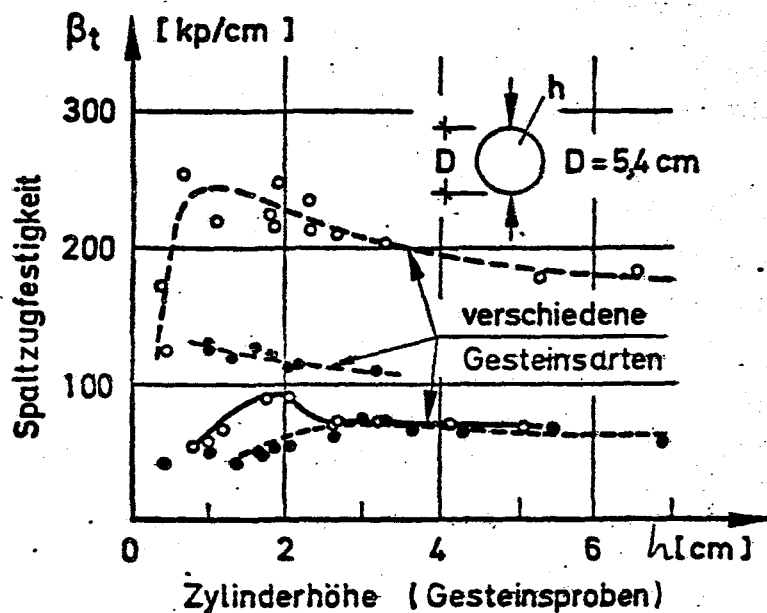


Bild 2.72

Struktur des zu prüfenden Stoffes zu wählen. Das Maß der zehnfachen max. Korngröße sollte dabei in keiner Richtung unterschritten werden, weil sonst mit einer zu starken Streuung der Ergebnisse gerechnet werden muß.

Obwohl das Verhältnis von Druck-/Zugfestigkeit von Beton in der Regel so groß ist, daß der Bruch eines Spaltzylinders entsprechend Bild 2.70 vom mittleren Bereich ausgeht, sehen HANNANT et al. [52]

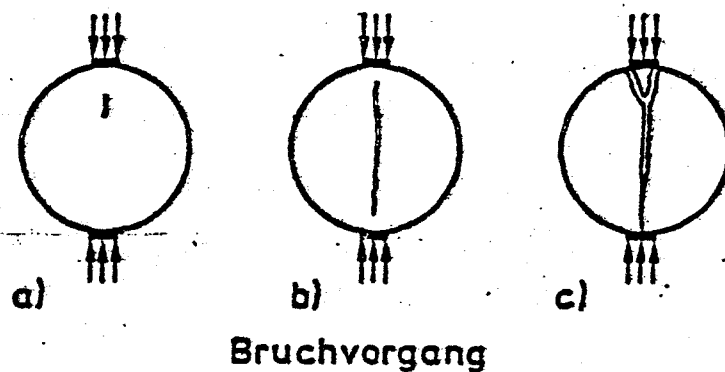


Bild 2.73

dennoch keine gesicherte Möglichkeit, die Ermittlung der Zugfestigkeit von Beton in Spaltprüfungen vorzunehmen. Ihrer Meinung nach wird ein im mittleren Bereich der Spaltebene erzeugter Riß durch die zweiachsigen Druckbereiche in der Nähe der Krafteinleitung gebremst (Bild 2.73a-b) und hierdurch die Bruchlast in einer undefinierten Weise erhöht, so daß sie eigentlich nicht die Zugfestigkeit von Beton charakterisiert (Bild 2.73 c). Um diese Behauptung zu verifizieren, prüfen sie zunächst Spaltzylinder \varnothing 10 cm, die über $5/6$ ihres Durchmessers durchgetrennt waren (Bild 2.74 a). Da in diesen Versuchen keine Verlängerung des vorgegebenen Risses festzustellen war, benutzen Hannant et al. in einer weiteren Versuchsserie Halbzylinder (Bild 2.74 b). Beim Variieren des Größtkorndurchmessers im Bereiche 5 - 19 mm ergaben die halbierten Zylinder 50 - 75 % der Festigkeit der vollen Zylinder; diese Resttragfähigkeit konnte offensichtlich durch die zweiachsig gedrückten Krafteinleitungsbereiche immer noch erreicht werden. Ähnliche Tendenzen bestätigen auch die in Abschnitt 2.1 erörterten Spaltzugversuche von PATTEN [114] mit

beschichteten Zuschlagkörnern. Die aufgetragene Beschichtung hatte hierbei den Haftverbund zwischen Mörtelmatrix und Zuschlag zu unterbinden, so daß ähnliche Verhältnisse wie nach Bild 2.74b hergestellt wurden. Wie aus Bild 2.7 zu ersehen ist, beträgt die Restfestigkeit der in dieser Weise geschwächten Zylinder tatsächlich nur rd. 75 % der mit unbeschichtetem Zuschlag hergestellten Spaltzylinder.

Weitere Versuche führen Hannant et al. an Zylindern \varnothing 10 bzw. \varnothing 15 cm zwecks Bestimmung des Verhältnisses von Spaltzugfestigkeiten zu den in Zerreißversuchen ermittelten Zugfestigkeiten. Beim Variieren der max. Korngröße im Bereich 5 ÷ 19 mm ergeben sich Werte für Spaltzug-/Zugfestigkeit an Zylindern \varnothing 10 cm 0,95 ÷ 1,28 und an \varnothing 15 cm 1,02 ÷ 1,11. Aus diesen Zahlen ist eine abklingende Tendenz der Unterschiede mit größer werdenden Prüfkörperabmessungen festzustellen, was sich mit den Beobachtungen von MELLOR u. HAWKES [102] deckt. Wie erörtert, fordern sie, daß Spaltprüfkörper Mindestabmessungen $> 10 \cdot \max. D_k$ aufweisen müssen, wenn die Streuung der Ergebnisse in erträglichen

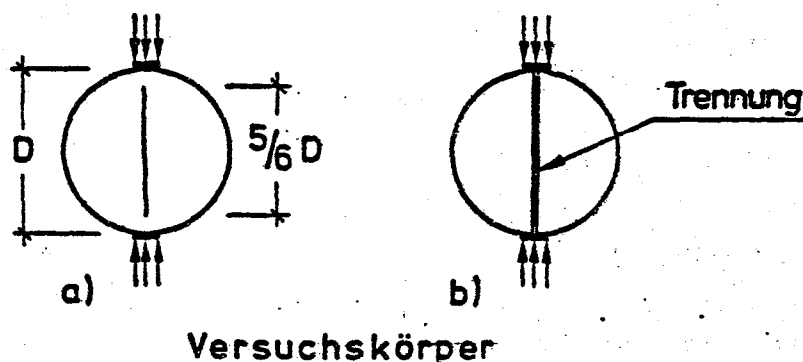


Bild 2.74

Maßen bleiben soll. Dieses Kriterium ist in den erwähnten Versuchen für $\max. D_k = 19$ mm auch bei einem Zylinderdurchmesser von \varnothing 15 cm noch nicht erfüllt.

In einer verformungsgesteuerten servohydraulischen Prüfmaschine (vgl. HUDSON et al. [70]) untersuchen HUDSON et al. [69] den Bruchmechanismus von Spaltzylindern. Ihre an Gesteinsproben ohne

Lastverteilungstreifen durchgeführten Versuche zeigen ausnahmslos, daß der Bruch vom zwei^achsig gedrückten Bereich ausgeht. Da ein schmaler Teflonstreifen ($\sim d/12$) diesen Bruchmechanismus auch nicht veränderte, halten Hudson et al. ähnlich wie Hannant et al. Spaltzylinder zur Ermittlung der Zugfestigkeit von spröden Stoffen nur für bedingt geeignet. Bei dieser Empfehlung müssen allerdings die ungewöhnlich schlechten Versuchsbedingungen - direkte Lasteintragung durch Stahlplatten - mit berücksichtigt werden.

2.2.4. Sonstige indirekte Methoden

Vor allem versuchstechnische Probleme bei der Ermittlung der Zugfestigkeit von spröden Stoffen in direkten Zerreißversuchen, aber auch Unzulänglichkeiten von Biegezug- und Spaltzugprüfungen haben zu einer Vielzahl anderer, allerdings in einem weitaus geringeren Umfang praktizierter, indirekter Prüfmethoden geführt.

In einer ersten Gruppe können solche Prüfmethoden zusammengefaßt werden, die durch Verwirklichung eines möglichst homogenen Spannungszustandes Krafteinleitungsprobleme bei Zerreißversuchen zu umgehen versuchen. DURELLI u. PARKS [33] zeigen hierfür zwei Beispiele, eine Kreisscheibe mit Doppelloch und den sog. Θ -Körper (Bild 2.75). Die Prüfanordnung entspricht in beiden Fällen der Spaltzugprüfung.

Während die günstige geometrische Form eines Θ -Körpers im waagerechten Ast die Verwirklichung eines nahezu einachsigen Zugspannungszustandes ermöglicht, liegt bei der Kreisscheibe mit Doppelloch im mittleren Bereich kein homogener Beanspruchungszustand vor. Dementsprechend ergaben mit zwei Kunststoffen - vgl. Abschnitt 2.2.1 - durchgeführte Versuche an Θ -Körpern in etwa die zentrische Zugfestigkeit, während die an Doppelloch-Scheiben erzielten Zugfestigkeiten stets näher an der Biegezugfestigkeit lagen.

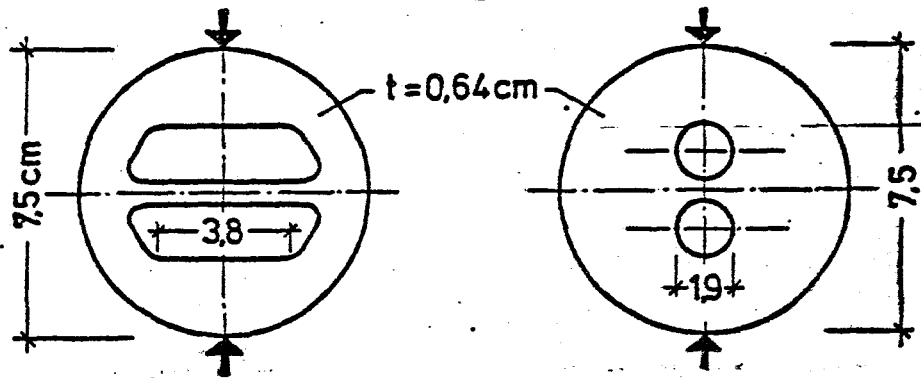


Bild 2.75

DESAYI u. VEERAPPAN [28] schlagen später zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Beton eine modifizierte Form der θ -Körper als "Fachwerk-Körper" (2.76 a) mit verschiedenen Schlankheiten vor. Die gedrungenen Prüfkörper (Bild 2.76 b) weisen starke Ungleichmäßigkeiten in der Spannungsverteilung auf; die max. Spannung liegt im Knotenbereich um 26 % höher als in der Mitte des "Zugbandes". Von 24 geprüften Körpern trat der Bruch dementsprechend 19-mal im Knotenbereich ein und ergab im Mittel 42% höhere Zugfestigkeiten als die an Spaltzylindern ermittelten. Dieser Wert entspricht in etwa auch der Biegezugfestigkeit. Der in wenigen Fällen im mittleren Bereich erzielte Bruch führte auf eine immer noch um 13% über der Spaltzugfestigkeit liegende Festigkeit. An den schlanken Prüfkörpern (Bild 2.76b-c) konnten hingegen nur Zugfestigkeiten, die um 8% bzw. um 20% unter der als Bezugsgröße verwendeten Spaltzugfestigkeit liegen, erzielt werden. Da bei diesen Prüfkörpern im Prüfbereich ein praktisch einachsiger, homogener Spannungszustand vorliegt, trat der Bruch von je 24 Fällen 20-mal stets im mittleren Bereich des Zugbandes auf.

Sowohl der θ -Körper als auch die Fachwerk-Körper erscheinen trotz des erfolgreich gelösten Krafteinleitungsproblems für die Ermittlung der Zugfestigkeit von Gesteinen oder Beton wenig praktikabel. Einerseits sind solche feingliedrigen Prüfkörper nur schwer herzustellen, andererseits würden sich für die erforderlichen großen Schlankheiten bei heterogenen Stoffen zu

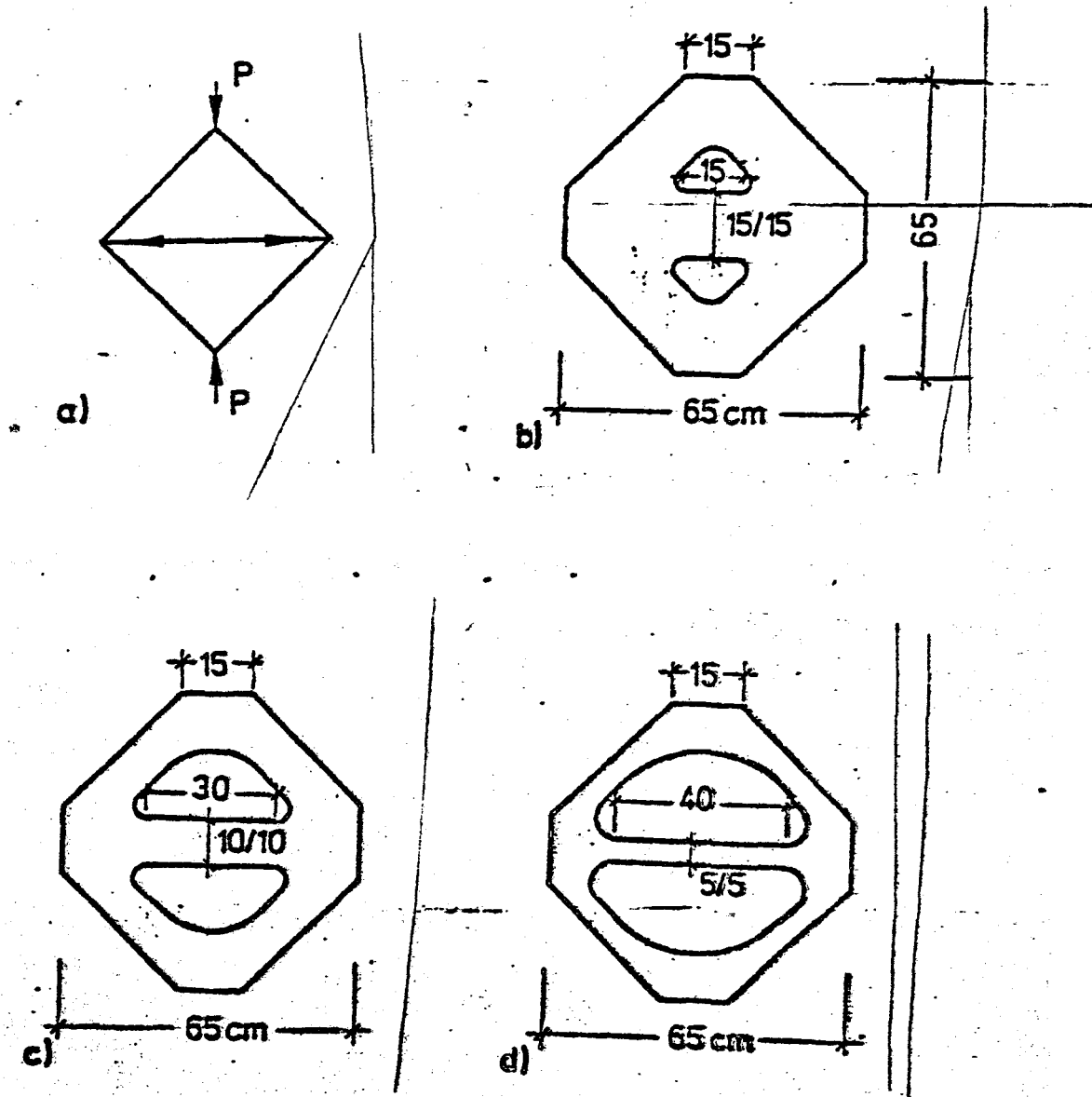


Bild 2.76

große Abmessungen ergeben, wenn dabei der Querschnitt des Zugbandes noch repräsentativ für den zu prüfenden Stoff sein soll. Vermutlich sind auch die von Desayi u. Veerappan gefundenen zu niedrigen Zugfestigkeiten bei den schlanken Prüfkörpern mit einem Querschnitt von nur 5x5 cm auf eine schlechte Lösung dieses Problems zurückzuführen (Bild 2.76a).

Einen - statisch gesehen - "dünnen" Ring unter Innendruck führte MALHOTRA [97] zur Prüfung der einachsigen Zugfestigkeit von

Beton ein (Bild 2.77). Diese Prüfanordnung ist theoretisch ideal, da man hierbei einen nahezu einachsigen Beanspruchungszustand ohne Krafteinleitungsprobleme erzielen kann. In Wirklichkeit muß man allerdings aus prüftechnischen Überlegungen solche Abmessungen wählen, die dem angestrebten Idealzustand nicht mehr so gut entsprechen. Obwohl Malhotra von den kleinsten noch vertretbaren Querschnittsabmessungen von nur $7,5 \times 7,5$ cm ausgeht, kommt er auf einen relativ großen Prüfring mit einem Außendurchmesser von $\varnothing 45$ cm. Wie die Ringspannungsverteilung in Bild 2.77 zeigt, ist dieser nicht mehr als ein "dünnwandiger" Ring zu betrachten. Hieraus entstehen vor allem Schwierigkeiten, die erzielten Bruchlasten einer definierten Festigkeit zuzuordnen. Die beschriebene Prüfanordnung macht außerdem eine besondere Belastungseinrichtung erforderlich, da gewöhnliche Prüfpressen nicht verwendet werden können.

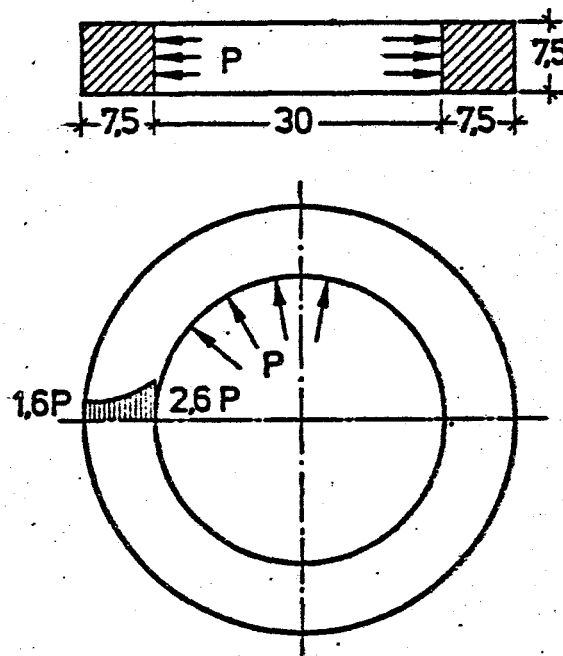


Bild 2.77

In einer weiteren Gruppe lassen sich indirekte Prüfmethode mit sog. "Ringspaltkörpern" zusammenfassen. Diese Versuchstechnik entstand aus der Bestrebung, den hauptsächlichsten Mangel der Spaltprüfung, nämlich einen häufig vom Lasteintragungsbereich

ausgehenden Bruch zu beheben. HOBBS [63] und ADDINALL u. HACKETT [2] schlugen daher vor, scheiben- oder zylinderförmige Spaltzugkörper in der Mitte mit einer Bohrung geringen Durchmessers zu versehen, die eine hohe, jedoch auf einen nur kleinen Bereich beschränkte Spannungsspitze verursacht. Da diese ihrerseits rißauslösend wirkt, geht nunmehr der Bruchvorgang in jedem Falle vom mittleren Bereich des Spaltkörpers aus und verfälscht daher nicht die Zugfestigkeit infolge eines früher eintretenden Bruches im zweiachsig gedrückten Bereich. Die grundsätzliche Richtigkeit der genannten Überlegungen bestätigen HUDSON et al. [69] in späteren, an servohydraulischen Prüfmaschinen durchgeführten Untersuchungen. Die von HANNANT et al. [52] angesprochenen Probleme (Abschnitt 2.2.3) gelten allerdings in dieser Prüfanordnung unverändert.

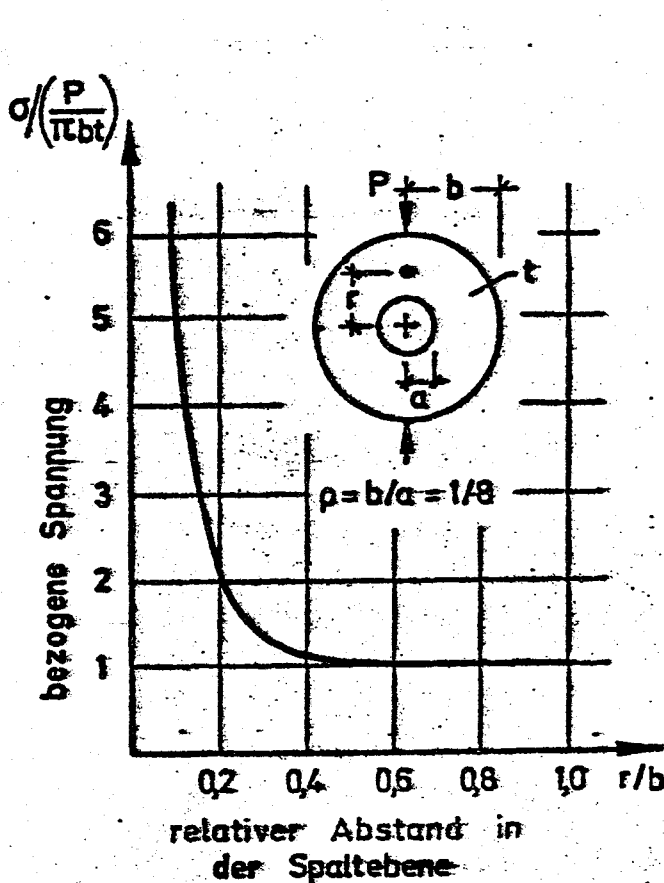


Bild 2.78

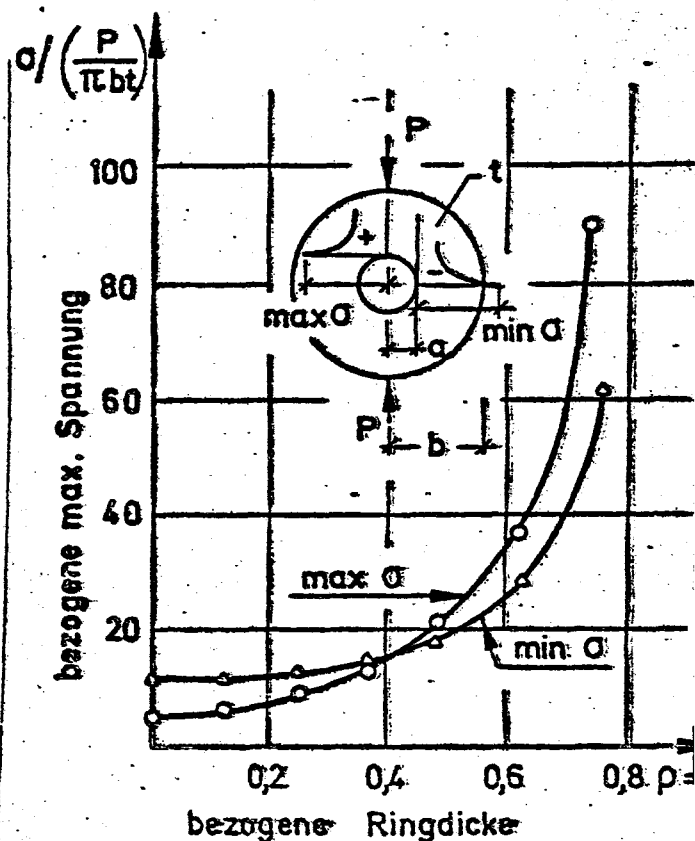


Bild 2.79

Bezeichnet man den Außendurchmesser des Spaltkörpers mit $2b$, den Innendurchmesser mit $2a$ und das Verhältnis beider mit $\rho = a/b$, so gilt für $\rho \rightarrow 0$

$$\max \sigma_z = \frac{6P}{\pi b t}$$

wobei t die Zylinderhöhe (Scheibendicke) ist. Für kleine Werte $\rho < 0,1$ gibt Hobbs die Näherungslösung

$$\max \sigma_z = \frac{P}{\pi b t} (6 + 38\rho^2)$$

an. Die Spannungsspitze erreicht demnach in diesem geometrischen Bereich rd. den 6-fachen Wert der sonst senkrecht zur Spaltebene herrschenden Zugspannung; sie klingt jedoch, wie Bild 2.78 zeigt, schnell auf den normalen Wert ab. In der Nähe des Lochs wird auch der Verlauf der Druckspannungen gestört; beide Extremalwerte über ρ sind in Bild 2.79 aufgetragen.

Hobbs führte an Ringspaltkörpern aus Gips und Sandstein Versuche durch. Das Verhältnis der max. erreichten Spannungen an Scheiben mit ($\rho = 1/15$) und ohne Loch betrug nur 3,54, d.h. annähernd die Hälfte des theoretischen Wertes für $\rho \rightarrow 0$. Hobbs prüfte in weiteren Versuchen die Rolle der Absolutmaße der Spaltringe hinsichtlich der erzielbaren max. Spannungen und kam zu dem Schluß, daß eine ähnliche Abhängigkeit von allen Abmessungen, d.h. von a , b und t gleichermaßen, vorliegt. Dieser Behauptung kann nicht zugestimmt werden, weil sich eine eindeutige Abhängigkeit aus seinen Versuchen nur von a/b (d.h. ρ) ergibt; auf Veränderungen von t reagierten die Ergebnisse nur schwach.

JAEGER u. HOSKINS [78] werteten die analytische Lösung für eine Kreisringscheibe unter Zugrundelegung eines Öffnungswinkels der Radiallast (Bild 2.80 a) von 15° aus. Sie schlagen eine weitere Prüfanordnung für Ringkörper mit nach außen gerichteten Einzelkräften vor (Bild 2.80 b). In Abhängigkeit von $\rho = a/b$

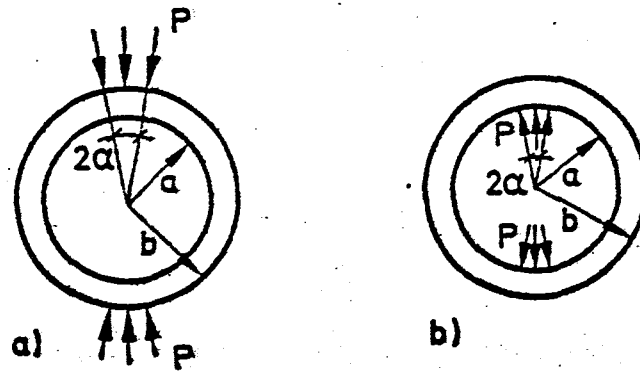


Bild 2.80

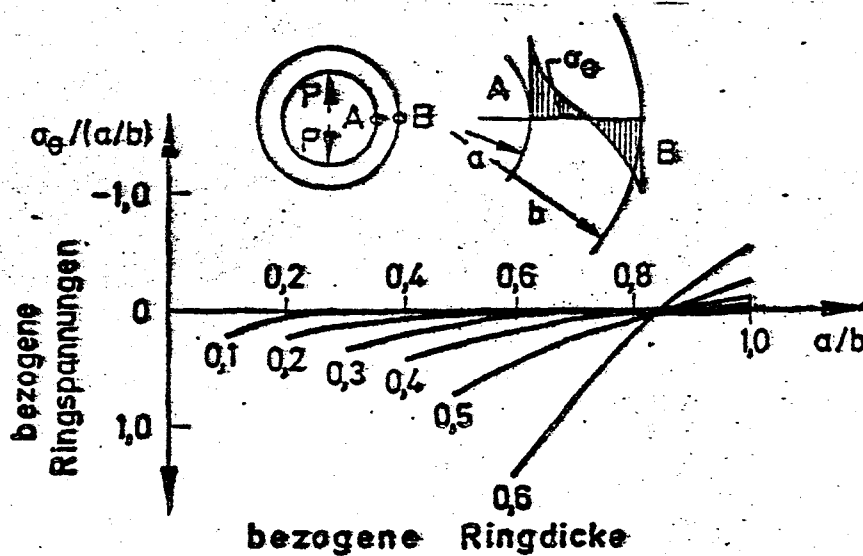
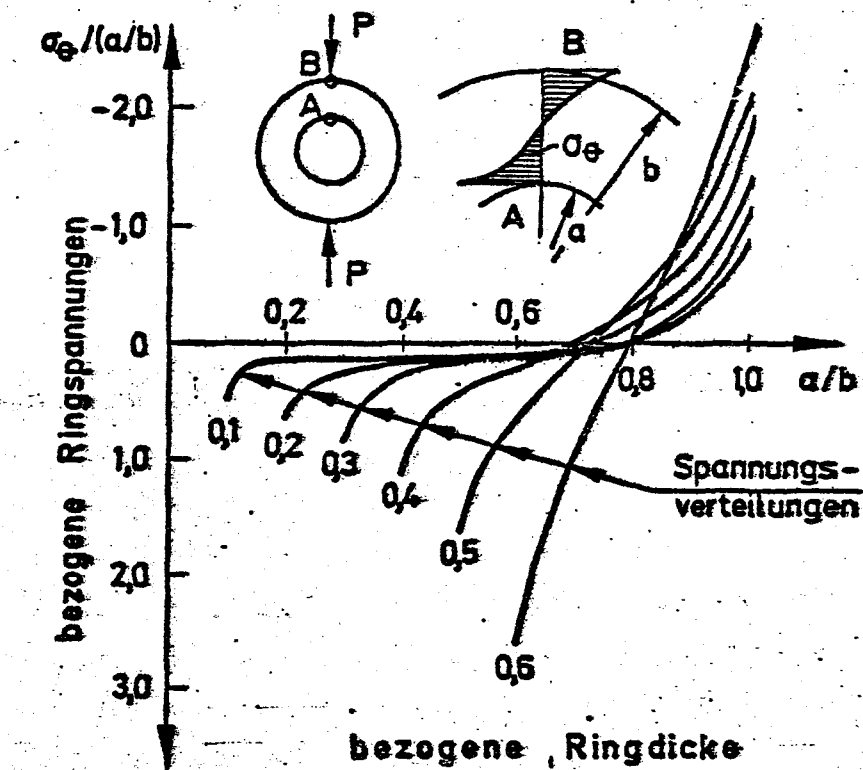


Bild 2.81

ist die Spannungsverteilung der max. beanspruchten Querschnitte für beide Lastangriffe in Bild 2.81 a - b dargestellt. Wie man hieraus erkennt, wird der Spannungszustand mit $\rho \rightarrow 1$ in beiden Fällen dem eines Biegebalkens ähnlich.

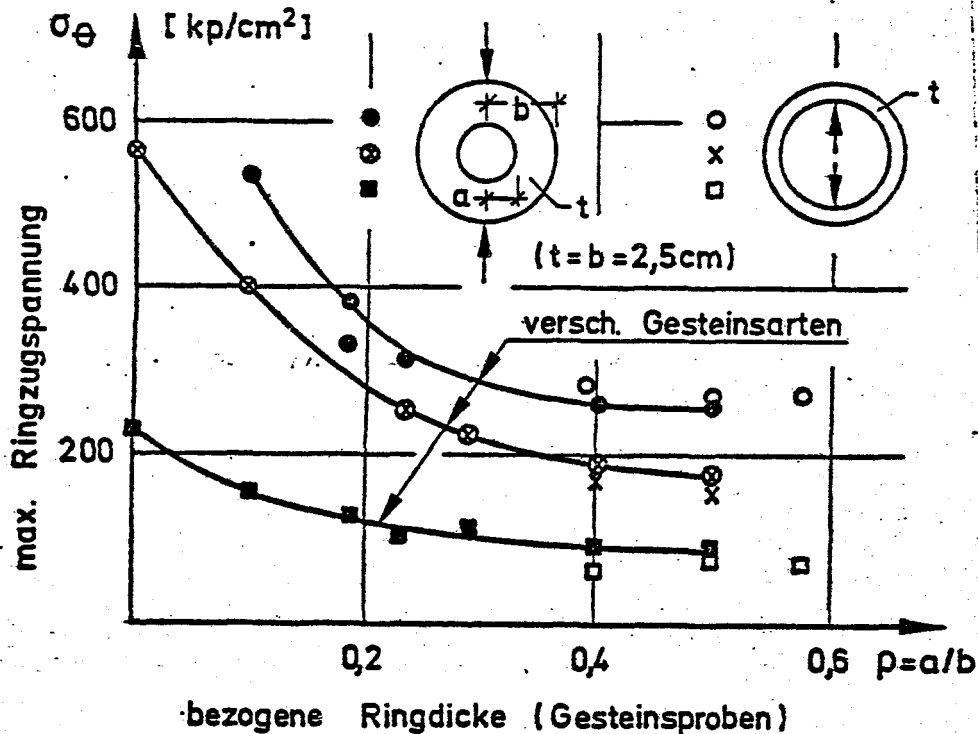


Bild 2.82

Jaeger u. Hoskins führen Versuche an drei Gesteinsarten nach beiden Versuchsanordnungen durch. Ihre Ergebnisse über ρ aufgetragen enthält Bild 2.82. Zusätzlich sind hier für $\rho = 0$ die 6-fachen Spaltzugfestigkeiten angegeben, die näherungsweise dem Grenzwert bei $\rho \rightarrow 0$ entsprechen würden. Im Gegensatz zu den Ergebnissen von HOBBS [63] entspricht die Tendenz der Kurven der theoretisch erwarteten. Die bei $\rho=0,5$ mit beiden Methoden erzielten Zugfestigkeiten stimmen außerdem - von nur geringfügigen Abweichungen abgesehen - mit den Biegezugfestigkeiten (Mittelpunktbelastung) überein.

MELLOR u. HAWKES [102] überprüfen ebenfalls die Eignung von Kreisringscheiben zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Gestein. Ihre an drei Gesteinsarten erzielten Versuchsergebnisse - Bruch-

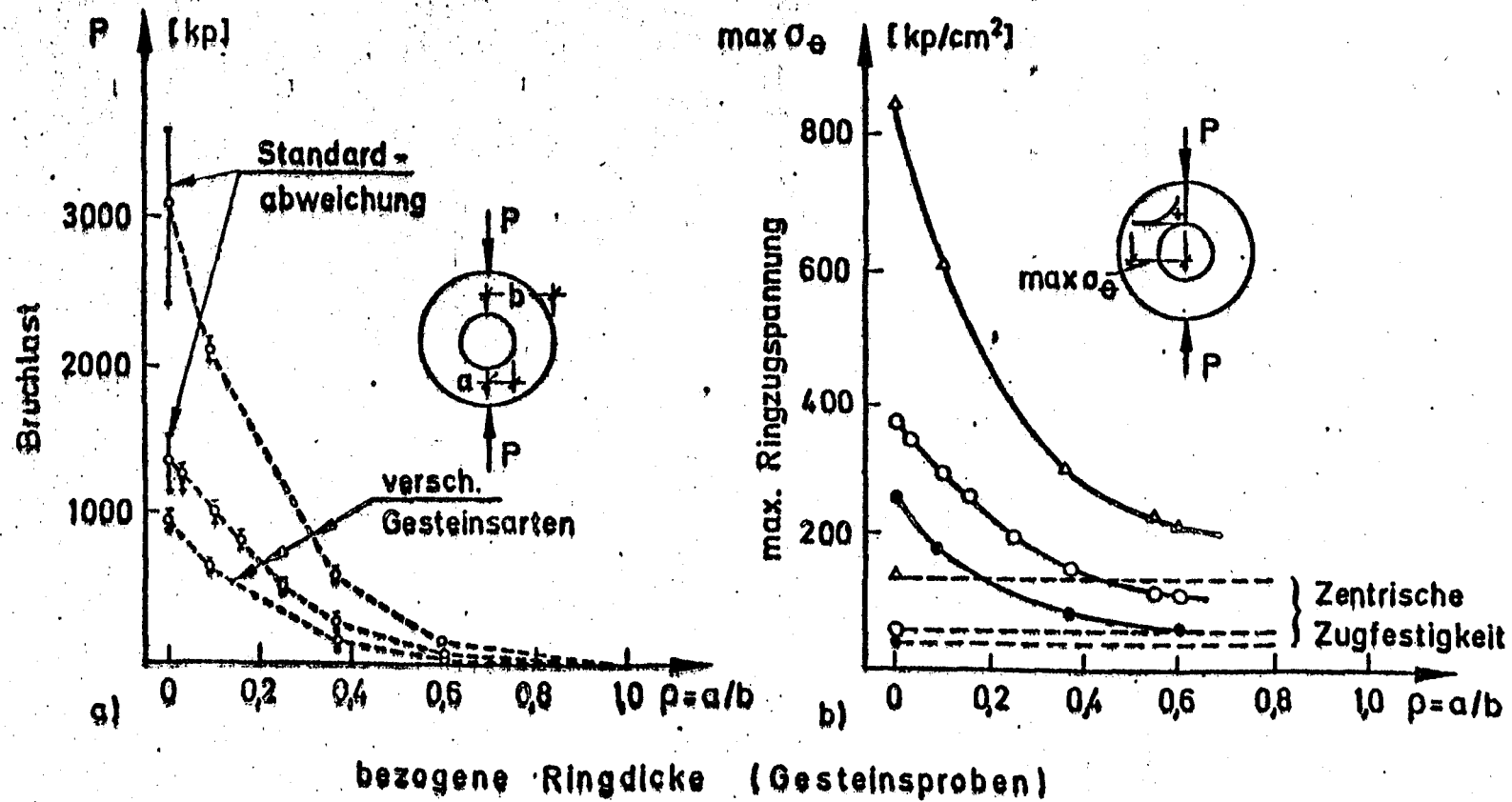


Bild 2.83

lasten bzw. max. Zugspannungen über ρ aufgetragen - zeigen die Bilder 2.83 a - b. Wie bereits bei der Diskussion der Versuche von Jaeger u. Hoskins erörtert, stimmen die Bruchlasten von vollen Kreisscheiben und Kreisringscheiben bei $\rho \rightarrow 0$ auch hier praktisch überein. Ebenso ist festzustellen, daß die rechnerischen Zugfestigkeiten nach Bild 2.83 bei $\rho=0,5$ um rd. 1,5-2,0-fach höher als die entsprechenden Spaltzugfestigkeiten liegen und somit etwa den zu erwartenden Biegezugfestigkeiten gleich sind.

Besondere Aufmerksamkeit verdienen in diesem Zusammenhang die an Spaltscheiben aus Gips mit \emptyset 15 cm durchgeführten Versuche von HUDSON [68]. Er variierte die Lage und das Ausmaß von Störungen ($a < 3$ mm) entlang der Spaltebene. Innerhalb $a = \text{const.}$ stellte er keine Abhängigkeit der Bruchlast vom Ort der Störung fest. Darüber hinaus konnte er keine Abminderung der Bruchlast im Vergleich zu jener der ungestörten Scheibe beobachten, wenn die Störung nur kleine Abmessungen, etwa entsprechend der Größenordnung der Körnung des Versuchsmaterials hatte.

Eine gleich große Bruchlast von Kreisscheiben ($\rho = 0$) und Kreisscheiben mit kleinem Loch ($\rho \rightarrow 0$) läßt sich dahingehend auslegen, daß eine sehr schnell auf den 6-fachen Wert der mittleren Zugspannung ansteigende Spitzenspannung praktisch keine Festigkeitsänderung der Probe herbeiführt. Außer einer Bestätigung der Gleichwertigkeit beider Prüfanordnungen - Spaltkörper mit und ohne Loch - ist diese Feststellung von grundsätzlicher Bedeutung. Hiernach üben in spröden Stoffen stets vorhandene Poren und sonstige Ungleichmäßigkeiten der Materialstruktur, die ihrerseits ebenfalls hohe Spannungsspitzen verursachen, wegen ihres örtlich begrenzten Charakters keinen unmittelbaren Einfluß auf die Festigkeit einer größeren Probe aus. Erst eine Vergrößerung der relativen wie absoluten Ausmaße der "Störung" führt zu einer spürbaren Verminderung der Festigkeit des Gesamtkörpers (Bild 2.83 a).

Diese Zusammenhänge lassen sich durch eine Gegenüberstellung der theoretischen (nach Bild 2.79) und tatsächlich erzielten maxi-

malen Spannungen näher erläutern. Trägt man beide erwähnten Kurven über ρ auf Bild (2.84), so gibt das Verhältnis der jeweiligen Zahlenwerte die zum entsprechenden ρ -Wert gehörende maximal mögliche Spannungserhöhung im Vergleich zu einer homogenen Spannungsverteilung an. Der Faktor fällt bei den vorliegenden Gesteinsarten von 6,0 bei $\rho \rightarrow 0$ auf etwa 1,7 bei $\rho = 0,6$ ab.

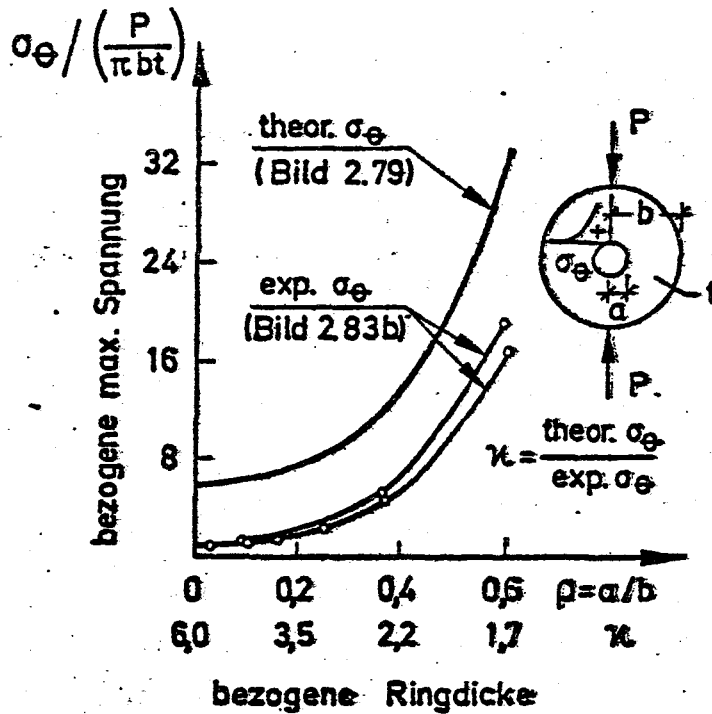


Bild 2.84

Mellor u. Hawkes stellen zwar einige Vorzüge der Prüfung von Kreisringscheiben - u. a. eine geringere Standardabweichung der Ergebnisse, vgl. Bild 2.85 - fest, sie empfehlen jedoch diese Prüfmethode bestenfalls im Bereich von $\rho \rightarrow 1,0$ als einen brauchbaren Vergleichswert zur Biegezugfestigkeit.

Außer den bisher erwähnten Versuchsmethoden, die direkte Ermittlung der Zugfestigkeit durch eine entsprechend gewählte Prüfkörperform ohne Krafteinleitungsprobleme zu ermöglichen oder an der Spaltzugprüfung Verbesserungen vorzunehmen, gibt es weitere vereinzelte Vorschläge, die Zugfestigkeit von spröden Stoffen in indirekten Versuchen zu ermitteln.

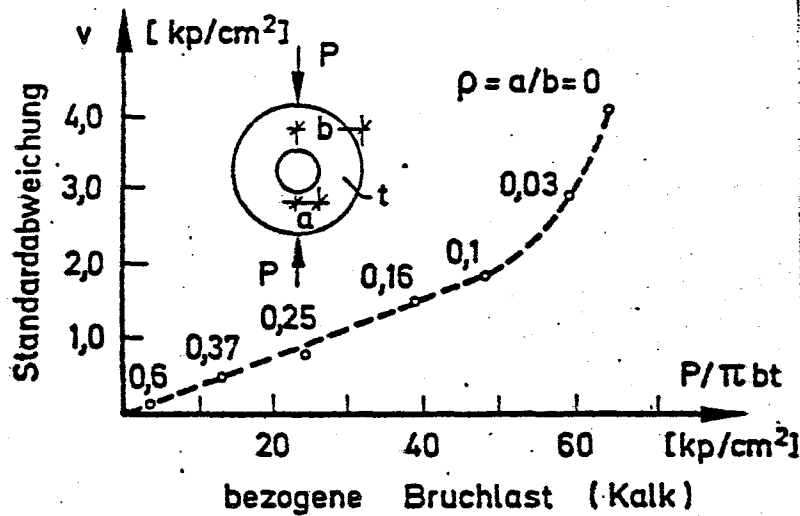


Bild 2.85

So wird z. B. von CHEN [22] vorgeschlagen, die Zugfestigkeit von Beton in Stempeldruckversuchen zu ermitteln (Bild 2.86) - ein Verfahren, das im Bereiche der Felsmechanik seit längerem praktiziert wird. Infolge des hierbei vorliegenden stark veränderlichen Spannungszustandes resultieren allerdings aus dieser Prüfung kaum unmittelbar als Zugfestigkeit interpretierbare Festigkeiten.

HUGHES u. ASH [73] ermittelten die Zugfestigkeit von Beton an zylindrischen Proben unter Torsionsbeanspruchung. Sie studierten in einer Versuchserie vor allem den Einfluß der Betonzusammen-

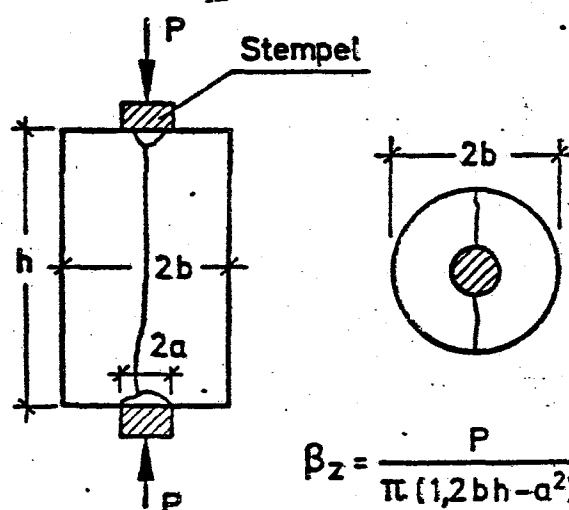


Bild 2.86

setzung auf die Dehnfähigkeit und Festigkeit tordierter Proben. Dabei verwendeten sie Einkorn-Mischungen und stellten eine höhere Festigkeit und ein zunehmend elastisches Verhalten mit wachsendem Feinkornanteil fest.

VASILU [137] berichtet ebenfalls von einer Torsionsprüfvorrichtung zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Beton an prismatischen Prüfkörpern mit Abmessungen von 10x10x55 cm. Um die Brauchbarkeit des Verfahrens nachzuweisen, prüfte er eine große Serie von diesen Körpern in unterschiedlichen Festigkeitsbereichen. Aufgrund dieser Versuche schlug er eine Prüflänge von 40 cm vor, da an kürzeren Prüflängen erzielten Ergebnisse eine größere Streuung hatten.

Vasiliu stellt die in Versuchen gefundenen Torsions- und Biegezugfestigkeiten gegenüber und folgert hieraus, daß beide Verfahren gleiche Festigkeiten ergeben (Bild 2.87). In Wirklichkeit vergleicht er jedoch hierbei - aufgrund seiner Annahmen über die "Plastizierung" der Zugzone in beiden Beanspruchungszuständen - 1/1,75-fache Biegezugfestigkeiten mit 1/1,60-fachen Torsionszugfestigkeiten, so daß die von ihm angegebenen Biegezugfestigkeiten rd. 10% höher als die Torsionszugfestigkeiten

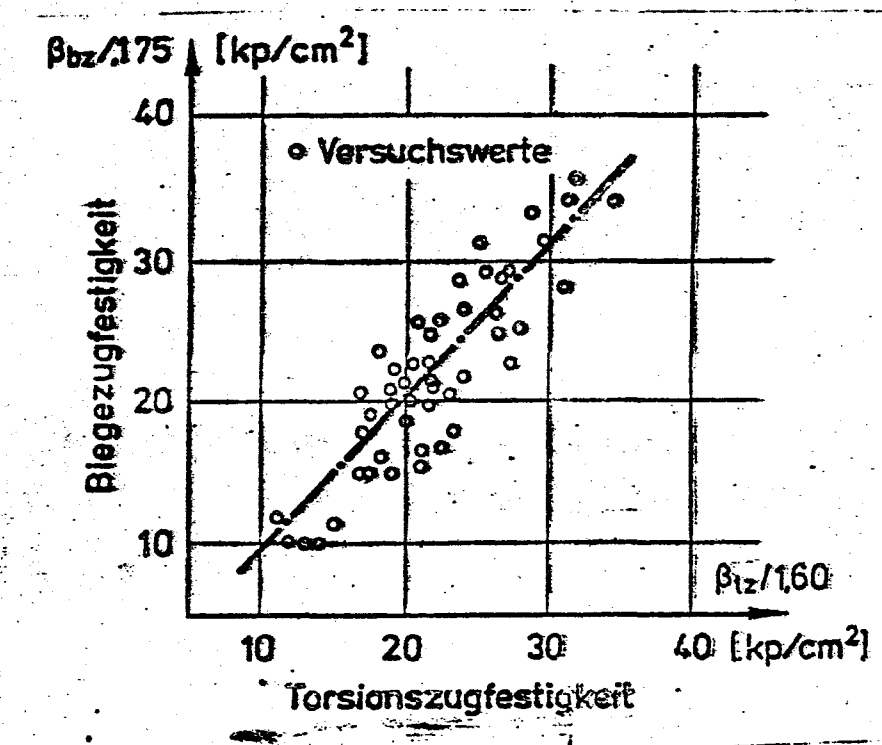


Bild 2.87

liegen. Hierzu muß zusätzlich bemerkt werden, daß die zum Vergleich herangezogenen Biegezugfestigkeiten aus Versuchen mit mittlerer Einzellast resultieren.

2.2.5. Kritische Betrachtungen

In den Abschnitten 2.2.1 bis 2.2.4 sind

- Methoden zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Beton und sonstiger spröder Stoffe systematisch erörtert und
- die wichtigsten mittels dieser Methoden gewonnenen Ergebnisse im Hinblick auf ihre Verwendbarkeit bei der Beurteilung des Festigkeits- und Verformungsverhaltens solcher Materialien näher diskutiert.

Charakteristisch für alle Methoden mit Ausnahme von Zerreißversuchen ist, daß sich die Zugfestigkeiten aus diesen nur unter Zuhilfenahme eines mechanischen Modells errechnen lassen. In der Regel verfährt man dabei nach der Elastizitätstheorie und bezeichnet die unter der Bruchlast erreichte rechnerische Maximalspannung als Festigkeit. Ein Vergleich der in dieser Weise ermittelten Zugfestigkeiten desselben Materials ergibt je nach Prüfmethode Abweichungen in der Größenordnung von einer Zehnerpotenz.

Mit Sicherheit begeht man bei einer derartigen Definition der Festigkeit den Fehler, die Gültigkeit des zu Beginn des Prüfprozesses vorhandenen Spannungszustandes bis zum Eintreten des Versagens vorauszusetzen. Diese Annahme ist nicht einmal für Zerreißversuche uneingeschränkt richtig, da der Spannungszustand infolge örtlicher Mikrorißbildungen im Verlaufe der Lasterhöhung auch hierbei inhomogen wird. Bei anderen Versuchsanordnungen besteht zusätzlich die Möglichkeit einer als Folge von Rißbildungen veränderten Lastabtragung. Eine Beibehaltung des ursprünglich ungerissenen mechanischen Modells führt dann unvermeidlich auf falsche rechnerische Festigkeiten.

Einen weiteren Fehler begeht man, falls man an einzelnen Versuchskörpern mit starkem Spannungsgradienten rechnerisch ermittelte - auf die Bruchlast bezogene - Spitzenspannungen als Festigkeiten interpretiert. Bei einer solchen Betrachtung wird häufig die untere Grenze des für spröde und heterogene Stoffe gültigen Begriffs vom Kontinuum unterschritten, sodaß entsprechende Ergebnisse der Kontinuumsmechanik für diesen Fall ihren Sinn verlieren.

Bei einer flüchtigen Betrachtung der Ergebnisse der vorangegangenen Abschnitte lassen sich keine systematischen Zusammenhänge zwischen den "Festigkeiten" der einen oder der anderen Methode entdecken; die Abweichungen können auch nicht einfach z. B. durch prüftechnische Mängel oder dgl. erklärt werden. Aus diesem Grunde erscheint es notwendig, die bisherigen Festigkeitsdaten systematisch, nunmehr von der Prüfmethode losgelöst zu analysieren und in dieser Weise nach den tatsächlichen Einflußgrößen zu suchen.

2.3. Einflußparameter der Zugfestigkeit

2.3.1. Allgemeines

Ausgehend von einem in Abschnitt 2.2 ausführlich dargelegten Stand der Erkenntnisse auf dem Gebiete der Zugfestigkeit spröder Stoffe werden im folgenden die in Abschnitt 1.2 angesprochenen möglichen Parameter dieser Festigkeitsgröße einzeln diskutiert. Diese Parameter - Dehngeschwindigkeit, Spannungszustand, Materialstruktur und Geometrie - stehen in ihren Auswirkungen auf die Zugfestigkeit in Wechselwirkung, so daß gewisse Wiederholungen bei ihrer Betrachtung in Kauf genommen werden müssen.

Ziel der nachfolgenden Erörterungen ist es, durch eine Analyse der Parameter die wichtigsten Kriterien herauszuarbeiten, die eine anschließende Beurteilung der bruchmechanischen und statistischen Aspekte der Festigkeit spröder Stoffe ermöglichen. Darüber hinaus sollen diese Betrachtungen auch den notwendigen Hintergrund eines in Abschnitt 4 formulierten strukturorientierten Festigkeitsmodells bilden.

2.3.2. Belastungs- und Dehngeschwindigkeit

Der Einfluß einer Belastungs- oder Dehngeschwindigkeit auf die Festigkeits- und Verformungseigenschaften von Beton ist keine nur für Zugbeanspruchungen, auch nicht spezifisch nur für spröde Stoffe, charakteristische Eigenschaft; vielmehr stellt man mit zunehmend schnellerer Belastung bei allen Stoffen in allen Beanspruchungszuständen eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Versprödung, d. h. einen Abfall der Dehnfähigkeit mit gleichzeitiger Erhöhung der Festigkeit fest (EIBL u. IVANYI [34]).

Im Hinblick auf die in Abschnitt 2.1 im einzelnen erörterten besonderen Merkmale spröder Stoffe unter Zugbeanspruchungen muß allerdings die Richtigkeit des Begriffs "Dehngeschwindigkeit" in Zweifel gezogen werden. Erfolgt z. B. eine Prüfung an servohydraulischen Prüfanlagen bei Rückkoppelung der "Dehnmeßwerte" zur Steuerung des Belastungsprozesses, so ist es physikalisch begründeter, von einer "Verformungssteuerung" zu sprechen, da die erwähnten Meßwerte oberhalb der Mikrorißgrenze außer Dehnungen auch aufsummierte Diskontinuitäten enthalten. Der "abfallende Ast" der Last-Verformungslinie, d. h. der Entlastungsbereich ist in erster Linie ebenfalls keine material-, sondern eine prüfkörper-spezifische Eigenschaft, wie dies HUDSON et al. [70] im einzelnen erörtern. Unter Beachtung dieser Gesichtspunkte ist es daher bei Zugversuchen sinnvoller, als Parameter die rechnerische Spannungsgeschwindigkeit – bezogen auf einen Querschnitt oder nur auf eine Faser – anzugeben, da hierdurch stets eindeutig definierte Bezugsgrößen vorliegen.

Die an zugbeanspruchten Probekörpern von Beton festgestellte Zunahme der Festigkeit bei Abnahme der Dehnfähigkeit durch Erhöhung der Spannungsgeschwindigkeit weist eine ähnliche Tendenz auf, wie sie an druckbeanspruchten Proben beobachtet wurde. Die Größenordnung der von HEILMANN et al. [59], HEILMANN [58] KOMLOS [89] und RÜSCH u. HILSDORF [122] in einachsige Zugversuchen, KARAVAEV [86], MCNEELY u. LASH [100], NIELSEN [107] und WRIGHT [150] in Biegezugversuchen ermittelten Festigkeitserhöhungen stimmt zwar nicht in jeder Hinsicht überein; es kann jedoch näherungsweise angenommen werden, daß einer Erhöhung der rechnerischen Spannungsgeschwindigkeit um eine Zehnerpotenz eine Festigkeitszunahme um rd. 5 - 12 % entspricht. Insbesondere scheint die Zunahme vom Wassersättigungsgrad der Proben abhängig zu sein (MALCOV [96]).

Aus der Größenordnung dieser Festigkeitserhöhung erkennt man, daß der Einfluß einer veränderlichen Spannungsgeschwindigkeit untergehen kann, wenn weitere Parameter gleichzeitig geändert werden. Eine Erläuterung der Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe durch diesen Einfluß, wie dies Nielsen [107] im wesentlichen versucht, oder die Begründung des Spannungs-Dehnungsgesetzes für nicht-homogene Zugbeanspruchungen, wie dies HEILMANN [58] seiner Arbeit zugrunde legt, kann daher nicht als gesichert betrachtet werden.

2.3.3. Spannungszustand

Aus einer Gegenüberstellung der nach verschiedenen Prüfmethoden ermittelten Zugfestigkeiten geht hervor, daß das Festigkeitsverhalten zugbeanspruchter Prüfkörper am stärksten durch die Spannungsverteilung beeinflusst wird. Als eine Folge dieses in Abschnitt 2.2 durch zahlreiche Versuchsdaten hinreichend belegten Verhaltens ist u. a. zu betrachten, daß die unter nahezu homogenen Prüfbedingungen ermittelten einachsigen Zugfestigkeiten zur Bestimmung des Bruchzustandes von Prüfkörpern mit ungleichmäßigen Spannungsverteilungen praktisch ungeeignet sind. Das Überschreiten der einachsigen Zugfestigkeit im höchst beanspruchten Punkt führt in der Regel keines-

wegs ein Versagen des betrachteten Bereiches oder gar des Körpers herbei: An Biegezugbalken können bis zu 2,0-fach, an Ringscheiben im Spaltversuch bis zu 6,0-fach höhere rechnerische Zugfestigkeiten als in entsprechenden Zerreißversuchen erreicht werden.

In Abschnitt 2.2 sind nur Versuche erörtert, die der unmittelbaren Bestimmung der Zugfestigkeit spröder Stoffe dienen. Darüber hinaus sind zahlreiche andere Versuche und Beobachtungen bekannt, aus welchen die beschriebene "Unempfindlichkeit" von Prüfkörpern gegenüber Beanspruchungen mit ungleichmäßig verteilten Zugspannungen hervorgeht. So berichtet DOUGILL [30] von temperaturbeanspruchten Betonbauteilen, die das Mehrfache der Zugfestigkeit infolge eines hohen Temperaturgradienten ohne sichtbare Veränderungen ausgehalten hatten. MARTIN [98] führte Versuche an kleinen dickwandigen Betonkörpern unter radialem Innendruck durch - eine ausführliche Beschreibung der Versuche erfolgt am Ende dieses Abschnittes -, um Bruchkriterien für die Sprengwirkung von Rippenstählen an diesem Modell zu gewinnen. Er erhielt dabei rechnerische Zugfestigkeiten bis zu 170 kp/cm^2 - näherungsweise 6 ÷ 8-fach höhere Werte, als die - leider nicht direkt ermittelten - Spaltzugfestigkeiten hätten betragen dürfen. Er verweist in seiner Arbeit auch auf weitere Beispiele - z.B. Verankerungsversuche an Spanngliedern, usw. - welche die in seinen Versuchen gefundene Tendenz bestätigen.

EVANS u. MARATHE [38] wie auch IMBERT [75] berichten über zentrische Zugversuche an unbewehrten, im mittleren Bereich durch ein Kreisloch geschwächten Betonscheiben (Bild 2.88). In einer Scheibe mit unendlicher Breite würde eine solche "Störung" des gleichmäßigen Spannungszustandes bekanntlich eine örtliche Spannungserhöhung am Lochrand auf das Dreifache des Mittelwertes verursachen; mit zunehmender Verringerung der Scheibenbreite wird die Spannungsverteilung im Nettoquerschnitt infolge Erhöhung der mittleren Spannung völliger und die Störung geringer. Bild 2.89 zeigt die im höchstbeanspruchten Scheibenquerschnitt gemessenen Dehnungsverteilungen, die zwar infolge des integrierenden Charakters von Dehnmaß-

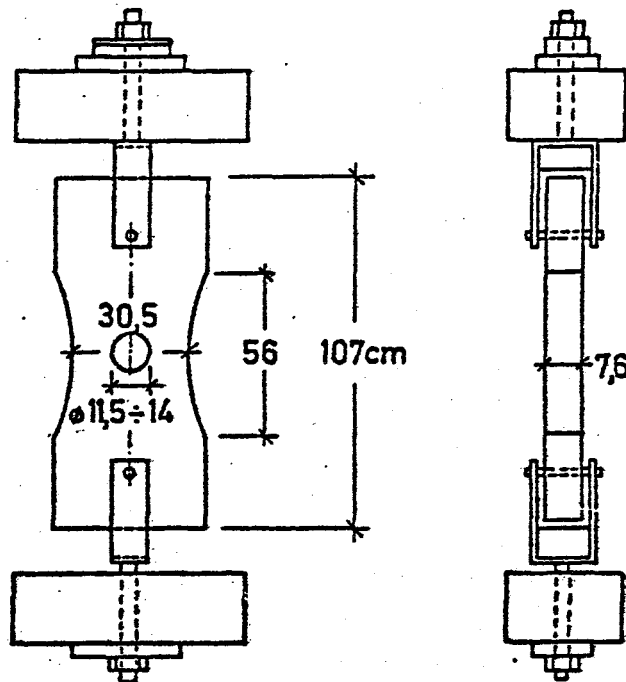


Bild 2.88

Dehnungsverteilung

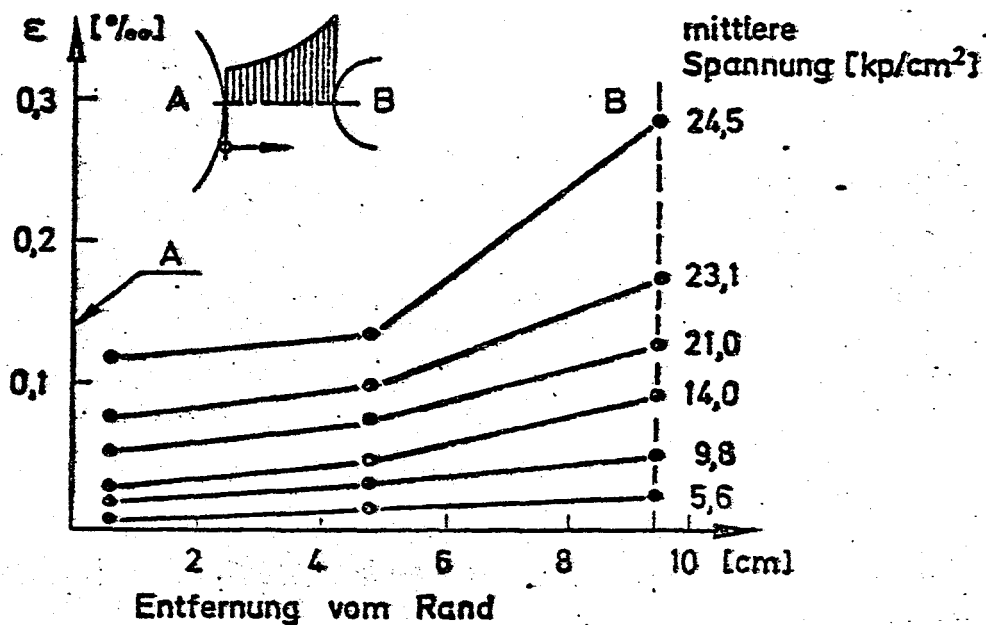


Bild 2.89

elementen nicht der theoretischen Dehnungsverteilung entsprechende Spitzenwerte, jedoch einen erwarteten Verlauf aufweisen. In jedem Versuch konnte die zentrische Zugfestig-

keit des geschwächten Nettoquerschnitts erreicht werden, was unter Berücksichtigung der - bei einer gemessenen Dehnung von 0,3 ‰ und darüber - mit Sicherheit vorhandenen Mikrorisse nur durch einen höheren Mittelwert der Spannungen im ungerissenen Querschnittsteil vorstellbar ist.

Schließlich seien die Stempeldruckversuche von HODGSON u. COOK [65] an zwei Gesteinsarten mit Stempeln $\varnothing 0,38 \pm 15,23$ cm erwähnt. Die Versuche erfolgten stets bei voller Behinderung der seitlichen Verformungen der Proben. Wie aus den in Bild 2.90 wiedergegebenen Ergebnissen zu erkennen, nehmen die Festigkeiten mit Vergrößerung des Stempeldurchmessers rapide ab, obwohl die gleichzeitig im ähnlichen geometrischen Bereich durchgeführten einachsigen Druckversuche keine nennenswerte Abhängigkeit der Druckfestigkeit von der Körpergröße ergaben. Hodgson u. Cook folgern hieraus, daß eine Abnahme der Stempeldruckfestigkeiten nach Bild 2.90 nur durch eine mit Vergrößerung des Stempeldurchmessers gleichmäßigere gewordene Verteilung der Zugspannungen erklärt werden kann.

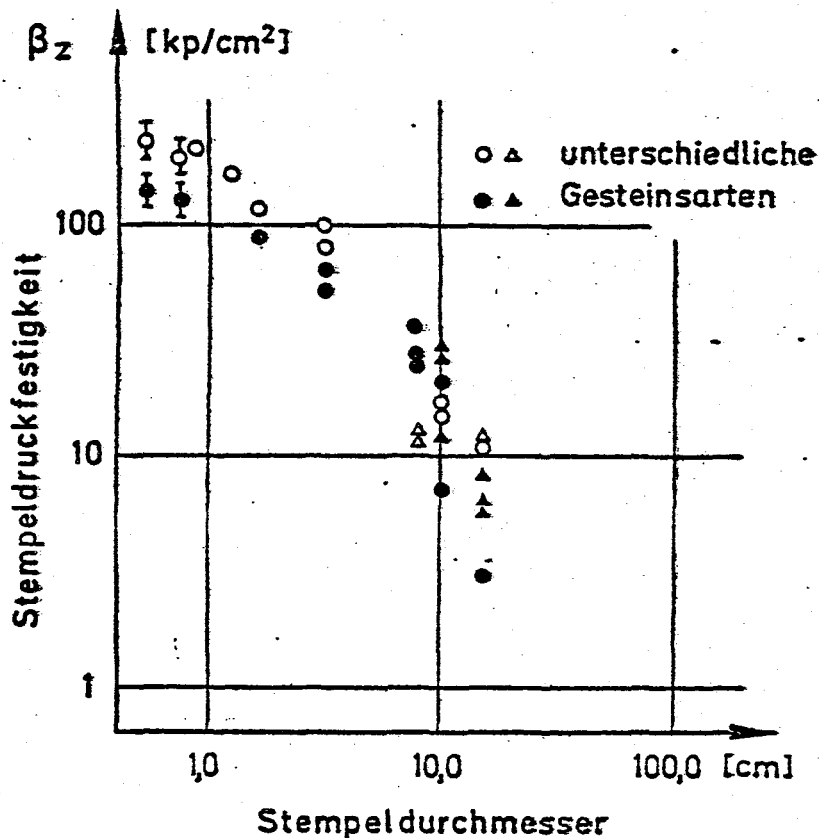


Bild 2.90

Allgemein ist aus diesen Versuchsergebnissen die Tendenz festzustellen, daß in stark veränderlichen Spannungszuständen eine örtlich hohe rechnerische Zugspannung noch aufgenommen werden kann, während in einem nahezu gleichmäßig verteilten Spannungsfeld aus der einachsigen Zugfestigkeit unmittelbar auf den Bruch des Körpers geschlossen werden kann. Unter diesen Umständen bietet sich die Möglichkeit an, den Einfluß einer veränderlichen Spannungsverteilung direkt in die Festigkeitshypothese spröder Stoffe einzubeziehen. Nach einem Vorschlag von DOUGILL [30] müßte man die Zugfestigkeit nicht nur von der Zugspannung σ_z , sondern auch von der auf die Maßeinheit bezogenen Spannungsänderung $\partial\sigma_z/\partial s$ abhängig definieren:

$$\beta_z = f(\sigma_z, \partial\sigma_z/\partial s)$$

Zu hohen "Spannungsgradienten" würde dann eine entsprechend höhere Festigkeit gehören, wie dies eine Skizze in Bild 2.91 am Beispiel verschieden hoher Biegezugbalken verdeutlicht.

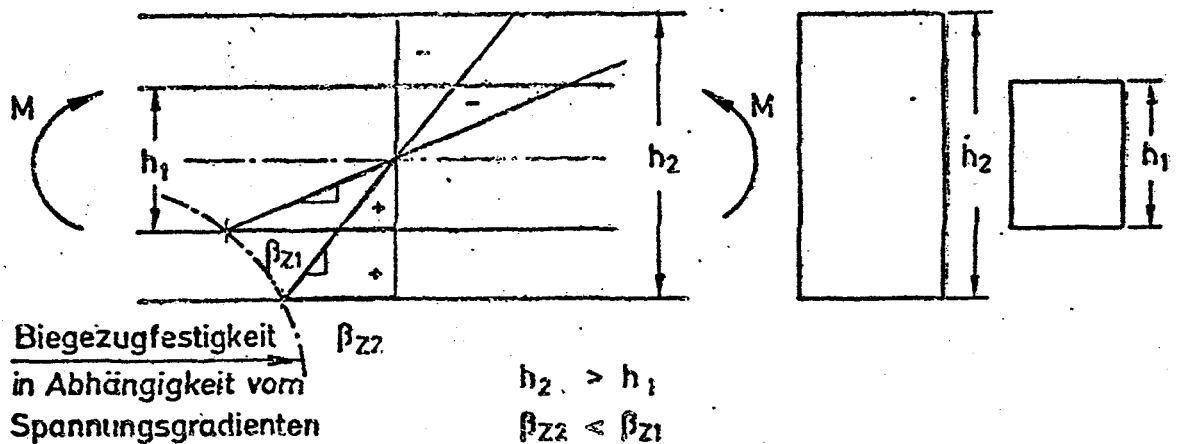


Bild 2.91

DURELLI u. PARKS [33] greifen diese Idee auf und prüfen, ob ihre an verschiedenen Modellen mit Kunststoffen und Graphit durchgeführten direkten und indirekten Zugversuche dieser Tendenz entsprechen. Bild 2.92 stellt z. B. die am Plexiglas-Material gewonnenen Zugfestigkeiten über den zugehörigen Span-

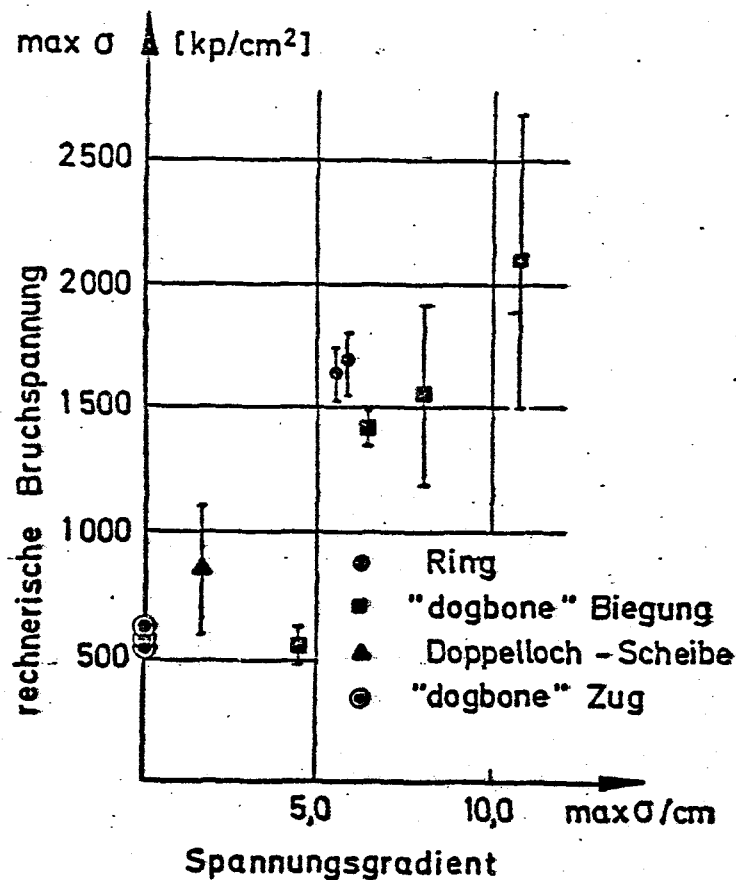


Bild 2.92

nungsgradienten dar. Aus dem Bild geht zwar eine qualitative Bestätigung der Richtigkeit dieser Überlegungen hervor, die an verschiedenen Versuchskörpern bei gleichen Spannungsgradienten erzielten Zugfestigkeiten liegen allerdings deutlich auseinander. Aus diesem Grunde und auch wegen der in dieser Weise vom "zugbeanspruchten Volumen" unabhängigen Betrachtungen der Zugfestigkeit lehnen Durelli u. Parks eine Festigkeitshypothese, wie Dougill sie vorschlägt, ab.

ADDINALL u. HACKETT [2] werteten Versuche an Ringspaltkörpern aus Gips ebenfalls in Form von Festigkeits-Spannungsgradienten-Diagrammen aus und konnten dabei keinen eindeutigen Zusammenhang feststellen.

Die erörterte Konzeption von Dougill erscheint in der Tat bedenklich. Formuliert man nämlich eine Festigkeitshypothese, wie er sie vorschlägt, würde sie u.a. die Annahme enthalten, daß

der Bruch eines Körpers durch Erreichen der Festigkeitsgrenzen in einem eng begrenzten Bereich oder gar in einem Punkt bestimmt wird. Abgesehen davon, daß hierdurch weder einer in der Regel heterogenen Materialstruktur noch statistischen Aspekten der Festigkeit spröder Stoffe Rechnung getragen wird, verletzen solche Annahmen u. U. auch Kontinuitätsbedingungen der Mechanik. In vielen Fällen ist es vorstellbar, daß ein Versagen von Teilbereichen zu einem immer noch tragfähigen mechanischen Modell führt und in dieser Weise sogar eine weitere Laststeigerung möglich ist. Läßt man diesen Aspekt außer acht, besteht die Gefahr, daß eine in Wirklichkeit nur über sekundäre Lastabtragung ermöglichte Mehr-Tragfähigkeit eines Prüfkörpers als Materialeigenschaft d. h. eine scheinbar hohe Festigkeit interpretiert wird.

Ausgehend von der gleichen Problemstellung wie Martin, untersuchte auch TEPFERS [133] einen dickwandigen Zylinder unter Innendruck, um an diesem rechnerischen Modell geeignete Bruchkriterien für die Sprengwirkung von gerippten Bewehrungsstäben zu finden. In seinen theoretischen Betrachtungen geht er von der

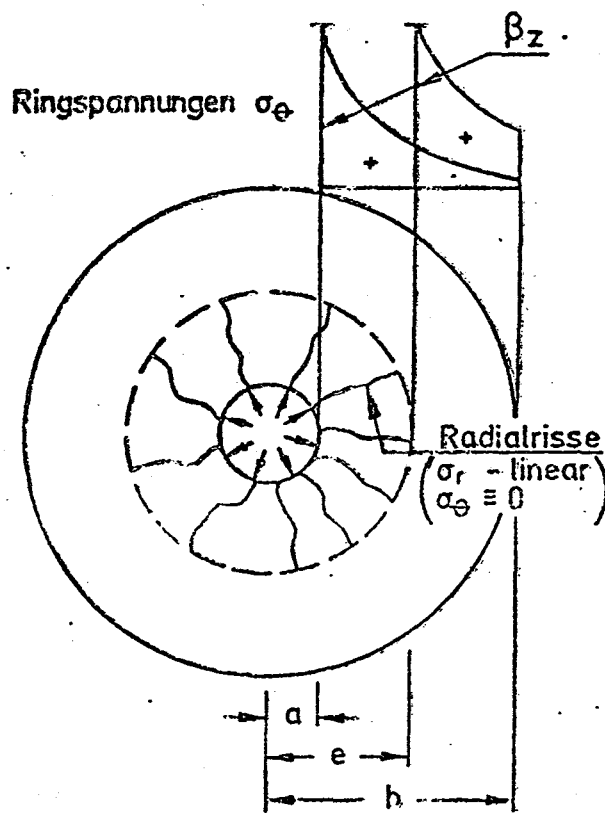


Bild 2.93

Möglichkeit eines nach Bildung von radialen Rissen immer noch tragfähigen Zylinders mit nunmehr verringerter Wanddicke aus. Im gerissenen Bereich setzt er nur eine Verteilung des Innendrucks in radialer Richtung voraus; die Aufnahme von Ringspannungen erfolgt ausschließlich im restlichen, ungerissenen Wandbereich (Bild 2.93). Diesen Annahmen zufolge fällt der Innendruck im Verhältnis der Umfangsvergrößerung, d.h. linear bis zur jeweiligen Lage der Rißfront ab. Der in dieser Weise verringerte Innendruck beansprucht dort einen nunmehr dünneren Zylinder, der daher im ungerissenen Wandbereich eine völliger Ringspannungsverteilung zeigt und hierdurch - bezogen auf den Radialdruck am ursprünglichen Innenrand - eine höhere Tragfähigkeit besitzen kann.

Aus einer Grenzwertbetrachtung ergibt sich, daß die maximale Tragfähigkeit eines Hohlzylinders bei Erfüllung der Bedingung $b/a \geq 2,06$ erst im gerissenen Zustand, bei einer Rißfront-Ausdehnung

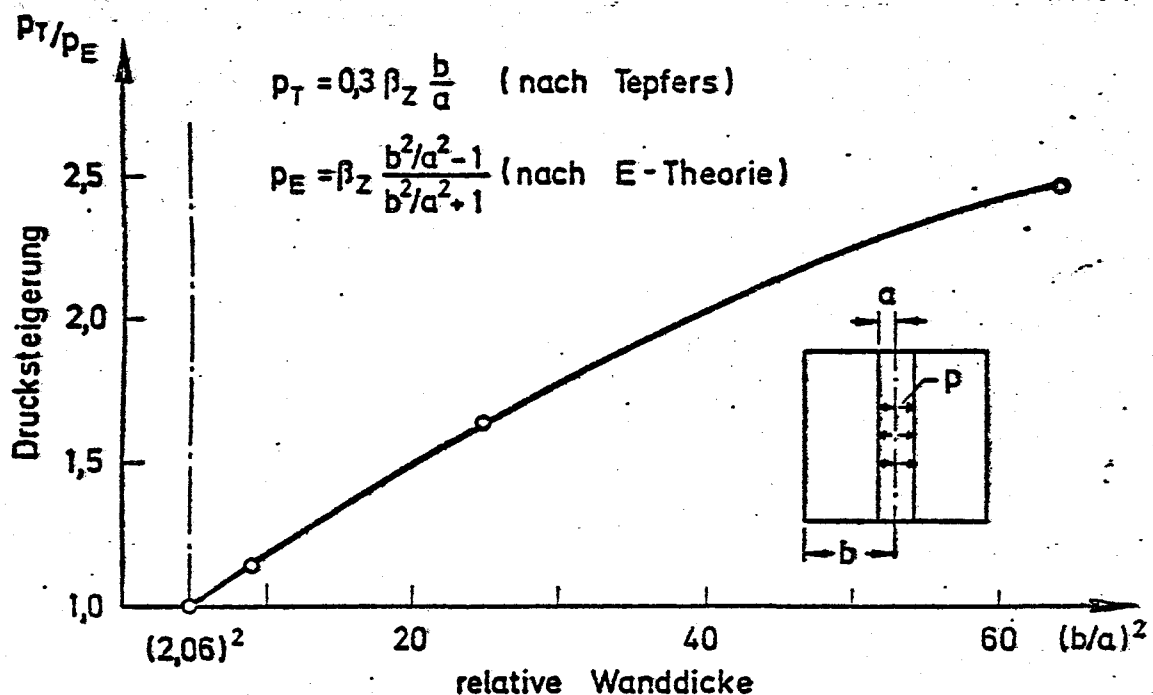


Bild 2.94

von $e = 0,489 b$ zu erwarten ist. Ist der Zylinder dünner ($b/a < 2,06$), führt jedoch das Erreichen der Zugfestigkeit in Ringrichtung zu einem schlagartigen Versagen; ein Gleich-

gewichtszustand im gerissenen Zustand kann sich nicht mehr einstellen. In Bild 2.94 ist die in dieser Weise ermöglichte Innendrucksteigerung in Abhängigkeit von der relativen Wanddicke aufgetragen. Aus diesem Diagramm ist zu erkennen, welchen Fehler man begehen würde, wenn man mit Hilfe des im Bruchzustand herrschenden Innendrucks unter Zugrundelegung der ungerissenen Geometrie eine "Zugfestigkeit" berechnen würde.

Im Bereich der dargestellten relativen Wanddicken liegen auch die Versuche von Martin. Die Absolutmaße der Hohlzylinder betragen $a = 0,9$ cm (konstant); Wanddicke $\hat{=} b-a = 2,2 \div 4,9$ cm; Zylinderhöhe $h = 3,9 \div 10,5$ cm. Die Versuchsergebnisse für zwei unterschiedliche Betongüten nach E-Theorie bzw. nach Töpfers enthält Bild 2.95. Die unter Berücksichtigung einer sekundären Lastabtragung korrigierten "Zugfestigkeiten" liegen zwar immer noch rd. dreifach höher als die wahrscheinlichen zentrischen Zugfestigkeiten, jedoch erheblich niedriger als die nach E-Theorie am ungerissenen System berechneten Werte.

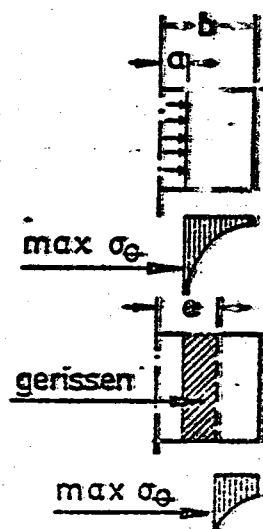
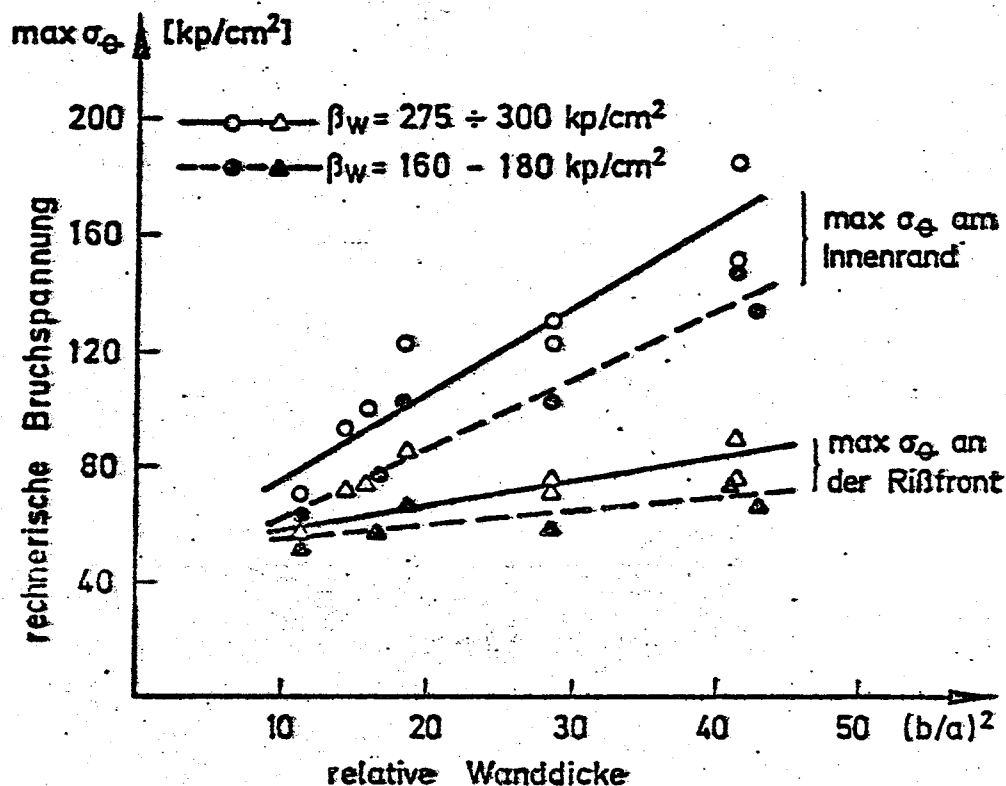


Bild 2.95

Die Annahmen von Tepfers werden durch Berechnung eines Versuchskörpers von ARGYRIS et al. [5] mit der FEM bestätigt. Bild 2.96 enthält die Spannungsverteilungen eines Probekörpers für den unge-

Spannungsverteilungen im Zylindermantel

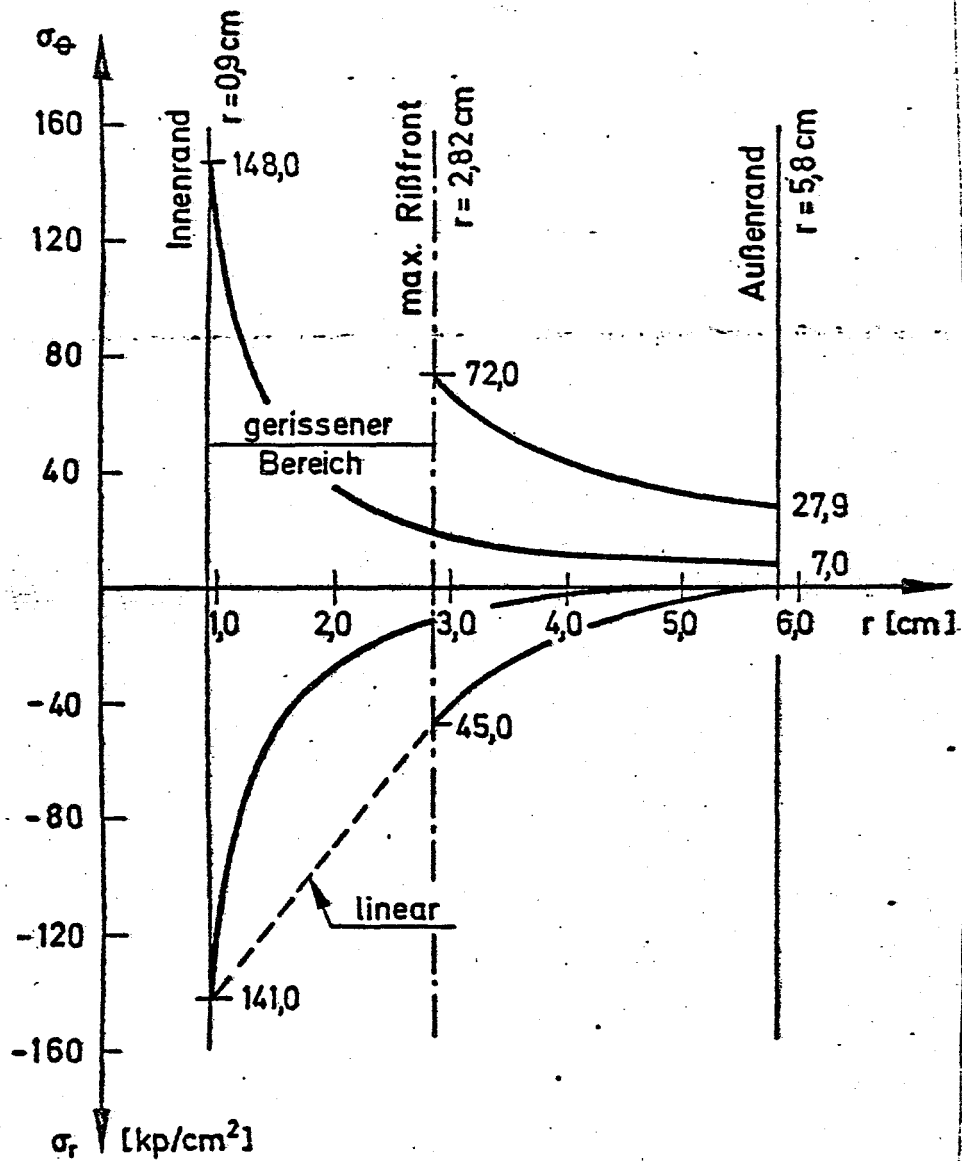


Bild 2.96

rissenen und für den letzten stabilen, gerissenen Zustand nach einer FE-Berechnung. Aus dieser Darstellung geht die höhere Völligkeit der Ringspannungsverteilung - letztlich die Ursache der Tragfähigkeitserhöhung - im gerissenen Zustand deutlich erkennbar hervor.

Weitere rechnerische Untersuchungen, welche die Ermittlung von Grenztragfähigkeiten an anderen Versuchskörpern unter Berücksichtigung eines evtl. vorhandenen sekundären Tragvermögens zum Ziele hätten, sind derzeit nicht bekannt. Es ist allerdings anzunehmen, daß der beschriebene Fall eines Hohlzylinders unter Innendruck keinen Einzelfall darstellt.

Aus den Betrachtungen dieses Abschnittes geht hervor, daß der zunächst naheliegende Gedanke, eine örtlich schnellere Spannungsänderung erhöhe die Zugfestigkeit, zumindest wegen der dabei außer acht gelassenen Kontinuitätsbedingung nicht zur Klärung der mittels verschiedener Prüfmethoden ermittelten, stark unterschiedlichen Zugfestigkeiten führt. Eine nur in einem Punkt erfüllte Grenzbedingung kann nicht zur Bruchursache des Prüfkörpers gemacht werden.

Es ist allerdings anzunehmen, daß die beschriebene Gradientenwirkung zusammen mit Aspekten der Materialstruktur bzw. sonstiger geometrischen Bedingungen eine wichtige Einflußgröße darstelle. Diese Fragen werden in den folgenden Abschnitten untersucht.

2.3.4. Materialstruktur

Beton ist ein künstlich hergestelltes Konglomerat, dessen Eigenschaften aus denen seiner Bestandteile vorausbestimmt werden können. Bekannte Verfahren hierfür dienen in der Regel dazu, eine gewünschte Druckfestigkeit - eventuell, allerdings seltener, bei gleichzeitiger Einhaltung weiterer Bedingungen wie zu garantierende Zugfestigkeit, Frostbeständigkeit, usw. - zu erzielen. Im Normalfall ist es daher möglich, gleiche Betonqualitäten - charakterisiert durch die Druckfestigkeit - durch eine Anzahl von Parameterkombinationen zu erreichen, wobei dann die übrigen Festigkeits- und sonstigen Eigenschaften unterschiedlich ausfallen können. Eine eingehende

Behandlung dieser Fragen ist Aufgabe der Baustofftechnologie und wird daher hier in diesem Sinne nicht weiterverfolgt. Ein wichtiger Teil dieses Problemkreises, nämlich der Strukturaufbau von erhärtetem Beton ist jedoch unabhängig von chemisch-technologischen Fragen und bei der Beurteilung der Festigkeit von entscheidender Bedeutung. Da hierbei eine grundsätzliche Übereinstimmung von Beton und natürlichen Gesteinen sowie sonstigen spröden Stoffen festzustellen ist, wird im folgenden der Einfluß der Materialstruktur auf die mechanischen Eigenschaften näher erörtert.

Grundsätzlich ist bekannt, daß spröde Stoffe mit makroskopisch homogener Struktur für Zug- wie Druckbeanspruchungen mehr ein ideal-elastisches Verhalten zeigen, als solche mit poröser oder heterogener Struktur. In Bild 2.97 sind zur

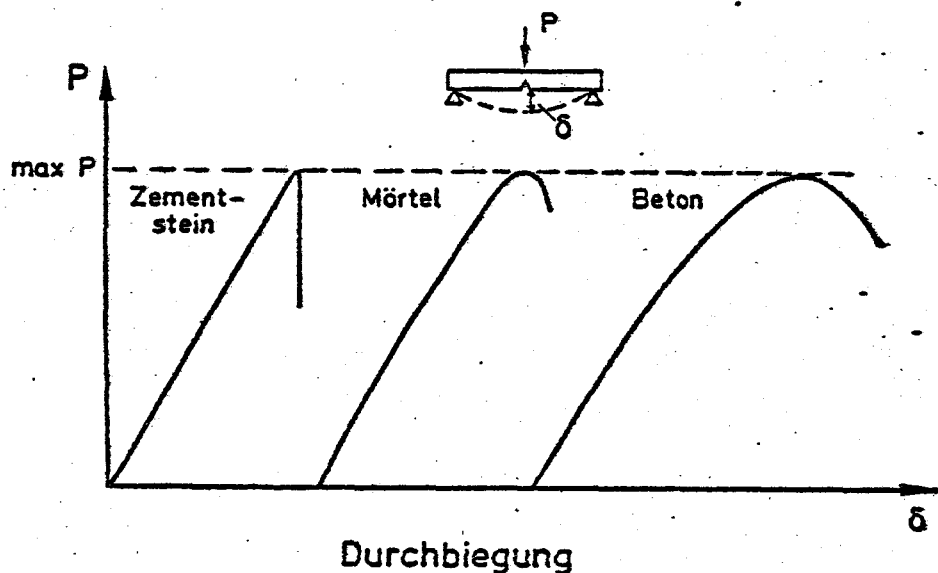


Bild 2.97

Veranschaulichung hierfür Last-Verformungs-Diagramme von Biegezugbalken mit Einschnitt im mittleren Querschnitt - wie sie in bruchmechanischen Untersuchungen verwendet werden - aus Zementstein, Mörtel und Beton gleicher Abmessungen gegenübergestellt (vgl. MOAVENZADEH u. KUGUEL [104]). Bei gleich großen Bruchlasten verhalten sich die drei Balken völlig unterschiedlich, mit zunehmend heterogener Struktur stets "plastischer", gekennzeichnet durch eine völliger Last-Verformungslinie; eine Beobachtung, die man z.B. auch bei

einachsigen Druckversuchen feststellen würde. Dieselben drei Stoffe, die nach Bild 2.97 gleich große Biegezugfestigkeiten haben, würden allerdings mit großer Wahrscheinlichkeit nicht gleich große Druckfestigkeiten erreichen, da sich mit der Heterogenität der Struktur auch das Verhältnis der verschiedenen Festigkeiten untereinander ändert.

Die Möglichkeit, auf die mechanischen Eigenschaften von Beton außer Zementgehalt und Wasser-Zement-Faktor durch Angabe zusätzlicher Strukturmerkmale, wie das Verhältnis der Sand/Zuschlag-Anteile, max. Korngröße, usw. zu schließen, ist seit langem bekannt. Im Zusammenhang mit den hier interessierenden Fragen der Zugfestigkeit wird in zahlreichen Arbeiten der Einfluß der Heterogenität

- auf die Mikrorißbildung (BLAKEY [13] , JOHNSTON [79] , JOHNSTON u. SIDEWELL [80] , KAPLAN [85] , OLADAPO [111] , WELCH [146]),
- auf die Zugfestigkeit (BALÁZS [8] , HUGHES u. CHAPMAN [71] , JOHNSTON [79] , JOHNSTON u. SIDEWELL [80] , KAPLAN [85] , OLADAPO [111] , SINGH [128] , WALKER u. BLOEM [140]),
- auf das Verhältnis der Zugfestigkeit zu den anderen Festigkeitsgrößen (HANNANT et al. [52] , JOHNSTON [79] , JOHNSTON u. SIDEWELL [80] , KAPLAN [85] , WALKER u. BLOEM [140]) und schließlich
- auf das Bruchverhalten (HOBBS [64] , HUDSON [68] , HANNANT et al. [52] , KARAVAEV [86] , KESLER et al. [87] , MOAVENZADEH u. KUGUEL [104] , OKADA u. KOYANAGHI [110] , SHAH u. McGARRY [127])

abgehandelt. Problematisch erscheint allerdings, die Heterogenität zuverlässig durch einen Parameter oder auch durch mehrere so zu beschreiben, daß dabei eine direkte Verbindung zu den eben erwähnten und theoretisch wie praktisch interessierenden Fragen hergestellt wird.

Um die Betonstruktur zu charakterisieren, werden am häufigsten Zuschlaganteil und Größtkorndurchmesser angegeben. In Bild 2.98 und 2.99 sind z. B. Verhältnisswerte für die Biegezug-/Prismendruckfestigkeit über die max. Korngröße

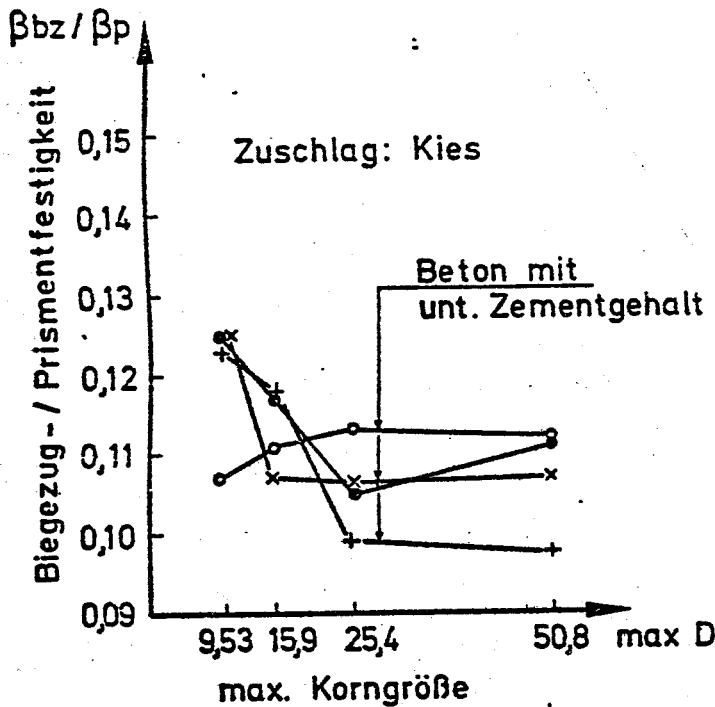


Bild 2.98

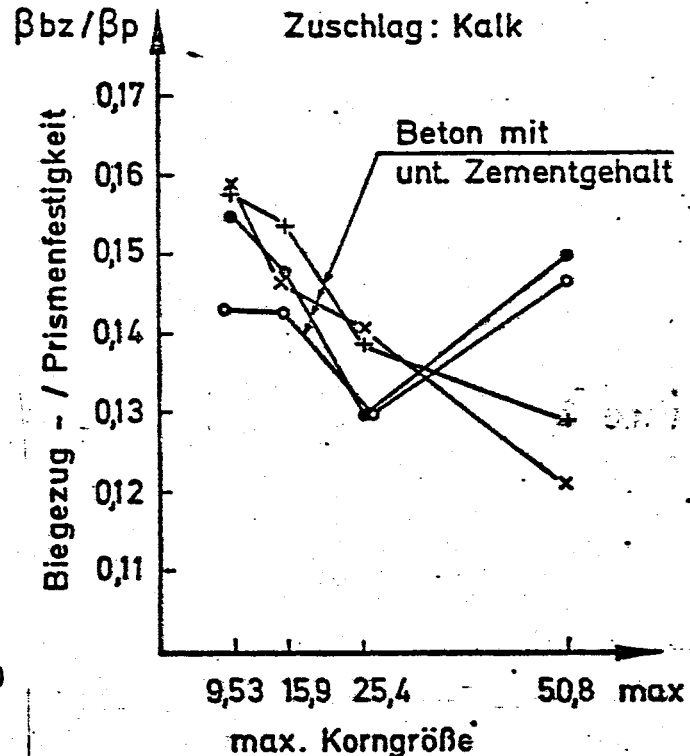


Bild 2.99

nach Versuchen von WALKER u. BLOEM [140] und FRAZIER (vgl. Diskussionsbeiträge zu [140]) - beide Bilder entnommen einer Zusammenstellung von BALÁZS [8] - für Betone mit sonst unterschiedlichen Eigenschaften aufgetragen. In der Tendenz stimmen die Ergebnisse überein. Das starke "Oscillieren" der Kurven läßt allerdings erkennen, daß die max. Korngröße nicht als der einzige Parameter für den dargestellten Zusammenhang anzusehen ist. Eine scheinbar eindeutigerer Abhängigkeit findet KAPLAN [85] zwischen Festigkeits- sowie Verformungseigenschaften und dem Zuschlaggehalt verschiedener Betone (vgl. die Bilder 2.13 - 2.15); er variiert allerdings nicht den Größtkorndurchmesser in diesen Versuchen.

Untersucht man die Betonstruktur nach statistischen Methoden, ergeben bereits die einfachsten Überlegungen die Notwendigkeit

einer Kopplung der erwähnten Größen, nämlich des Anteils und der Korngröße einer Zuschlagfraktion. Unter Annahme einer kontinuierlichen Matrixphase und darin eingebetteter Kornfraktionen gibt z. B. BROWN [18] eine rein topologische Beschreibung der Struktur von Konglomeraten. Er charakterisiert die einzelnen Kornfraktionen außer durch den Durchmesser auch durch ein anteilmäßig zum Einzelkorn gehörendes Matrixvolumen, was indirekt den Volumenanteilen dieser Fraktionen entspricht. Des weiteren nimmt Brown an, daß sich die Einzelkörner nicht berühren und daß die Anzahl der einzelnen Fraktionen in beliebigen Proben durch unabhängige Poisson-Verteilungen beschrieben werden kann. STROEVEN [131] führt umfangreiche Versuche an Betonen mit kugelförmigen künstlichen Zuschlagkörnern durch und bestätigt in etwa die Richtigkeit dieser Annahmen.

Unter diesen Voraussetzungen lassen sich anschauliche Zusammenhänge für den einfachsten Fall eines Einkorn-Konglomerats herleiten. Um die erwähnte Verknüpfung des Volumenanteils mit der Korngröße zu zeigen, genügt es, die Frage zu klären, wie groß/ die Ähnlichkeit von einem beliebigen Körper zum tatsächlichen - unendlich großen - Konglomerat sei, wenn dieser Körper das n -fache Volumen der zum Einzelkorn gehörenden Einheit (Matrix + Korn) besitzt. Mit anderen Worten: Die Standardabweichung der Kornanzahl gleichen Durchmessers in Proben gleichen Volumens eines Stichprobenumfanges muß bekannt sein.

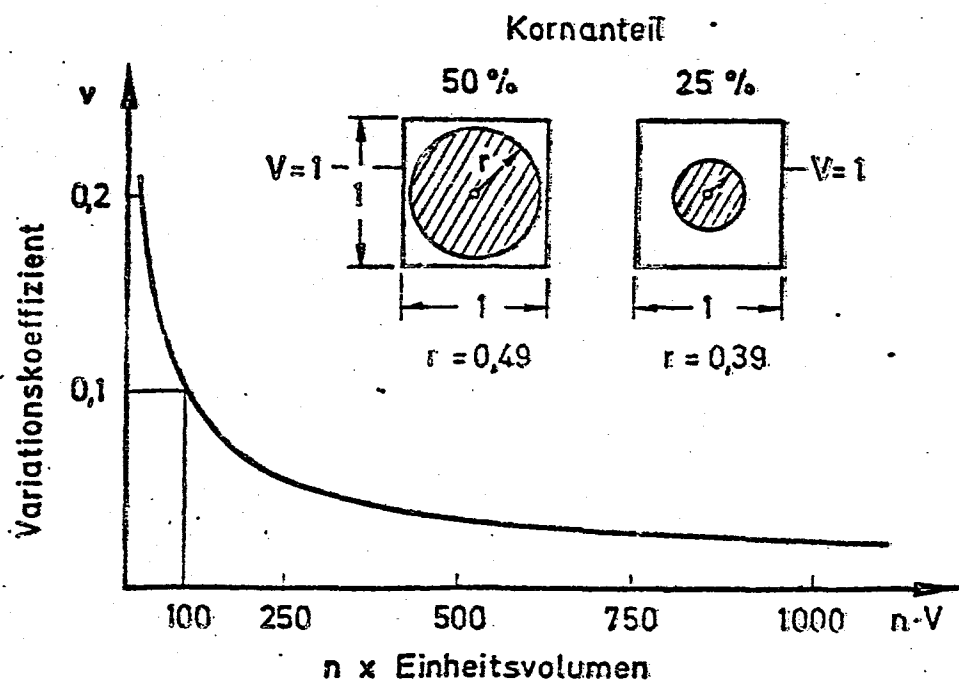


Bild 2.100

Bild 2.100 stellt die Änderung der spezifischen, auf den Mittelwert bezogenen Variationskoeffizienten über das Mehrfache des Einheitsvolumens dar. Nach diesem Zusammenhang ist z.B. die Anzahl der Körner in einem Körper des hundertfachen Einheitsvolumens mit einem Variationskoeffizienten von $v = 0,1$ zu erwarten. Hierdurch wird allerdings noch nichts über die Absolutmaße des betrachteten Körpers ausgesagt. Nimmt man an, daß kugelförmige Körner z.B. 50% des Einheitsvolumens ausmachen, so entspricht der Bedingung $n = 100$ ein Körper mit Mindestabmessungen von $4,6 \cdot D$ ($D_k \hat{=}$ Korndurchmesser). Beträgt der Volumenanteil der Körner jedoch nur 25 %, steigen die Mindestabmessungen auf rd. $6,0 D_k$, da der zum Einzelkorn gehörende Matrixanteil bei gleichbleibendem Kornvolumen steigt. Dieses Beispiel zeigt, daß Korngröße und der Volumenanteil einer Kornfraktion nur gemeinsam geeignet sind, um die heterogene Struktur eines Konglomerats - zumindest im topologischen Sinne - zu charakterisieren.

Ausgehend von ähnlichen Überlegungen führten JOHNSTON u. SIDEWELL [80] den Begriff des "mittleren Korndurchmessers"

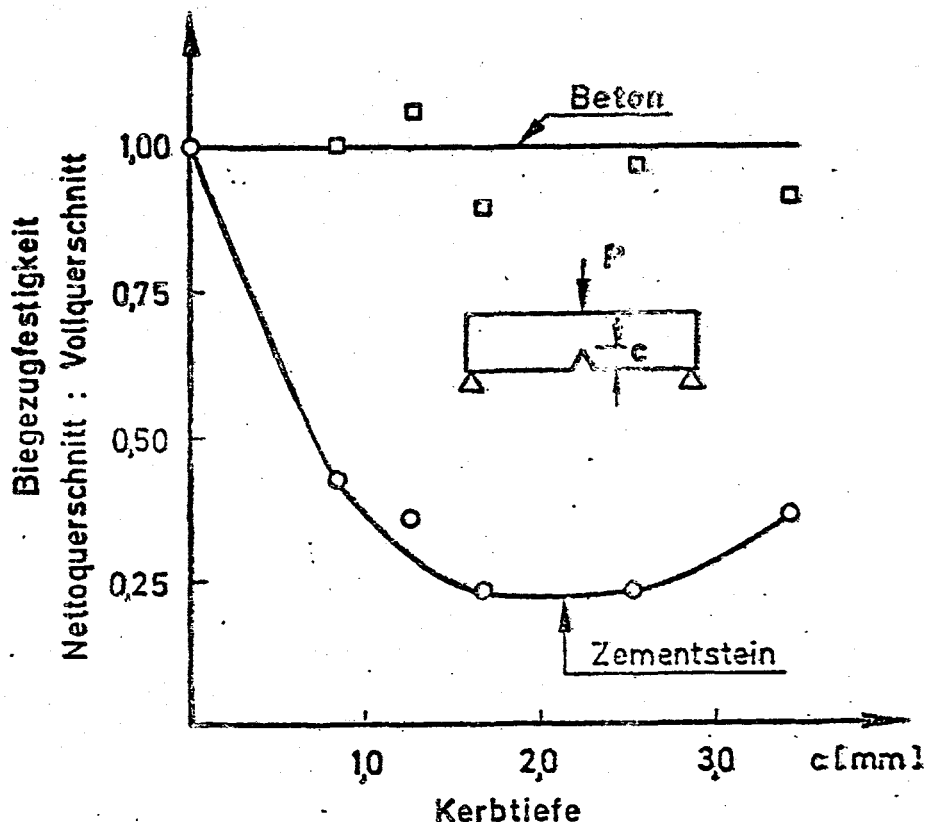
$$D_m = \sum_i \left[\left(\frac{\sqrt{D_i \cdot D_{i+1}}}{f} \right) \times \left(\begin{array}{c} \text{Siebdurchgang zwischen} \\ D_i \text{ und } D_{i+1} \text{ in Gew. \%} \end{array} \right) \right]$$

ein, wobei D_i die Lochweiten der Prüfsiebe und f ein Formfaktor des betreffenden Zuschlags sind. Festigkeitsuntersuchungen an zentrischen Zug- (vgl. die Bilder 2.30 - 2.31) wie auch an druckbeanspruchten Körpern zeigen, daß dieser Parameter die Rolle des Zuschlags als eine physikalische Kenngröße der Betonstruktur zutreffend beschreiben kann.

Im Zusammenhang mit nicht-homogenen Spannungszuständen liegen ähnliche Untersuchungen, die den Aussagewert der oben beschriebenen Kenngröße auch für diese Fälle bestätigen würden, nicht vor. Aus vereinzeltten Beobachtungen geht allerdings hervor, daß die Heterogenität der Struktur mit wachsender Abweichung von einem homogenen Spannungszustand ebenfalls zunehmend die Festigkeitseigenschaften beeinflusst. Die in Abschnitt 2.2.2 näher erörterten Ergebnisse von KARAVAEV [86] zeigen z.B., daß eine starke Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der

Balkenhöhe je nach Materialstruktur in verschiedenen geometrischen Bereichen liegt, da die scheinbar Festigkeitserhöhende Wirkung von nicht gleichmäßig verteilten Zugspannungen im Vergleich zur einachsigen Zugfestigkeit unmittelbar mit der Feinheit der Struktur zusammenhängt. Dies läßt sich auch an der Unempfindlichkeit der einzelnen Stoffe gegenüber örtlich begrenzten Spannungspitzen messen. Gips reagiert z. B. auf eine über der einachsigen Zugfestigkeit liegende Spitzenspannung erst bei einer räumlichen Ausdehnung des mit hohen Zugspitzen beaufschlagten Bereiches der zehnmal kleiner als bei Beton sein muß, unempfindlich, was mit einer wesentlich homogenen Struktur dieses Stoffes zu erklären ist.

Ähnlich sind auch die Beobachtungen zu bewerten, wonach ein grob strukturierter Beton im Vergleich zum Mörtel oder Zementstein als ein ausgesprochen "kerb-unempfindliches" Material eingestuft wird (SHAH u. McGARRY [127], MOAVENZADEH u. KUGUEL [104]), was offensichtlich mit der unterschiedlichen Art der Mikrorißbildung in grobkörnigem Beton und feinstrukturiertem Zementstein zusammenhängt. Dies geht u. a. aus Versuchen von Shah u. McGarry an eingekerbten, durch mittige Einzellast belasteten Biegezugbalken mit einem Querschnitt von 5x5 cm bei einer Stützweite von 50 cm hervor. Wie Bild 2.101 zeigt, wird



die Tragfähigkeit des Restquerschnittes vom Zementstein mit wachsender Tiefe der Einkerbung erheblich herabgesetzt, während vergleichbare Betonbalken - max. Korngröße 10 mm - auf den Restquerschnitt bezogen keinen Festigkeitsabfall erleiden. Zentrische Zugversuche an Scheiben mit zwei symmetrisch angeordneten Einschnitten am Rande, oder mit einem in der Mitte des Probekörpers, ergaben im Falle von Beton ebenfalls keinen auf den Nettoquerschnitt bezogenen Abfall der Zugfestigkeit. (Vgl. auch bei EVANS u. MARATHE [38], Abschnitt 2.3.3, Bild 2.88 - 2.89.)

Ebenfalls bestätigen eine Abhängigkeit der Kerbwirkung von der Materialstruktur auch die in Abschnitt 2.2.4 im einzelnen diskutierten Ergebnisse an "Ringspaltkörpern" mit unterschiedlichem Innendurchmesser (vgl. Bild 2.78 - 2.79). Insbesondere die in Bild 2.83 a und b gegenübergestellten Bruchlasten und rechnerischen Bruchspannungen - dort als Zugfestigkeiten interpretiert - zeigen deutlich, daß eine auf das Maß der natürlichen Ungleichmäßigkeiten der Materialstruktur reduzierte Bohrung die Tragfähigkeit einer Spaltscheibe überhaupt nicht beeinflußt.

HUDSON [68] führte Versuche an Ringspaltkörpern aus Gips mit und ohne Füllstoff in Form von Kalksteinzugschlag⁺) durch. Er variierte - bei einem konstanten Außendurchmesser von \varnothing 15 cm - den Innendurchmesser der Prüfkörper kontinuierlich von 0 - 7,5 cm, d. h. bis zu einer bezogenen Ringdicke von $\varrho = a/b = 0,5$. Der Struktur beider verwendeten Materiale entsprechend, sind Änderungen in der rechnerischen Festigkeit der Prüfkörper bei $\varrho \geq 0,1$ nur noch unwesentlich (Bild 2.102). Innerhalb des tatsächlichen Einflußbereiches sind jedoch zwischen beiden Stoffen - Gips mit und ohne Füllstoff - deutliche Unterschiede festzustellen. Hudson definiert hierfür einen sog. "kritischen Lochdurchmesser", unter welchem ein zentrisches Loch keine Veränderung der rechnerischen Bruchspannung - Zugfestigkeit - herbeiführt. Während dieser Wert bei Gips ohne Füllstoff im \varnothing 0,7 mm liegt, reicht der unempfindliche Bereich für den

⁺) Angaben zu Menge und Korngröße des verwendeten Füllstoffes enthält die Arbeit leider nicht

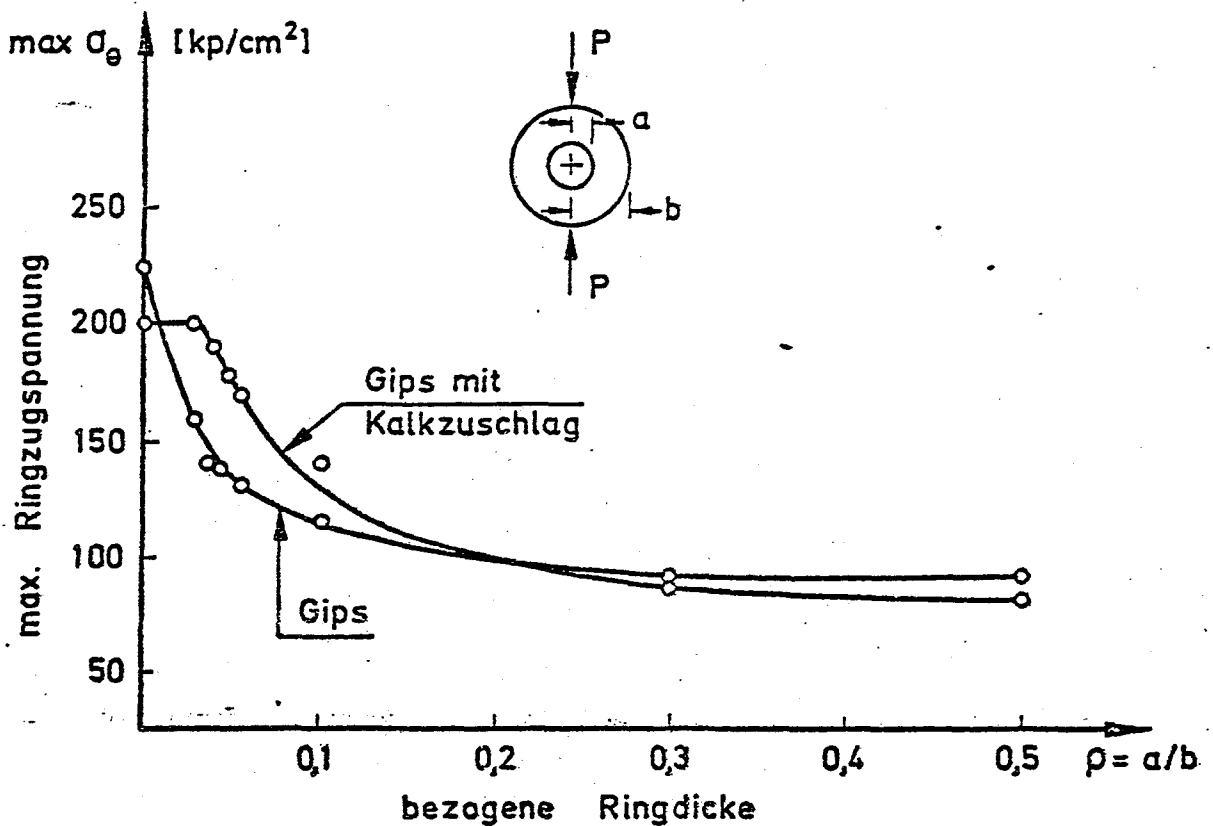


Bild 2.102

heterogenen Vergleichsstoff bis $\varnothing 7 \text{ mm}$, d. h. bis zu einem zehnfach größeren Lochdurchmesser. Ähnlich wie dies bei grobkörnigem Beton festgestellt werden konnte, erwies sich das heterogene Versuchsmaterial sehr stark "kerbunempfindlich".

In einer weiteren Versuchsserie stellte Hudson allgemein für beide Stoffe fest, daß Löcher unterhalb des kritischen Durchmessers in beliebiger Lage entlang der Spaltebene wirkungslos auf das Prüfergebnis sind. Diese Beobachtung steht im Einklang mit Meßergebnissen im Innern des Betongefüges, die je nach Feinheit der Meßmethode 10-20-fache Dehnungsspitzen ohne Folge, d. h. ohne Auftreten eines wahrnehmbaren Mikrorisses, ergaben (vgl. EIBL u. IVANYI [34]).

LAJTAI [93] geht auch davon aus, daß das Maß der Spannungskonzentration, ermittelt nach der Elastizitätstheorie, nicht ausschließlich für das Eintreten des Bruches maßgebend sein kann, da ein - aufgrund einer Spitzenspannung - örtlich auftretender Riß in einem je nach Materialstruktur unterschiedlich großen Bereich zu Spannungsumlagerungen führen wird.

Statt des Spitzenwertes sollte daher nach seinem Vorschlag die mittlere Spannung über eine Strecke $2d$ in Richtung des zu erwartenden Mikrorisses als Bruchkriterium verwendet werden (Bild 2.103). Die Ausdehnung des Bereiches ($2d$), über den gemittelt wird, ist hierbei ein Materialkonstant. Je größer $2d$ für ein Material ist, umso größer ist seine Duktilität. Lajtai's Versuche an Probekörpern aus Gips ergeben $2d \approx 2 \text{ mm}$, was in der gleichen Größenordnung liegt, wie der kritische Lochdurchmesser nach HUDSON [68] (0,7 mm).

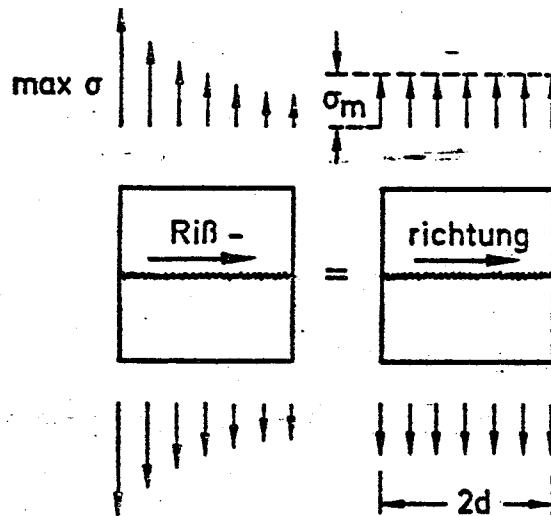


Bild 2.103

Die theoretische Begründung dieses von Lajtai vorgeschlagenen Verfahrens ist nicht uneingeschränkt annehmbar, da er über den beschriebenen Weg eine sekundäre Tragfähigkeit des jeweiligen mechanischen Modells ohne nähere Untersuchung der tatsächlichen Spannungs- und Verformungszustände im gerissenen Bereich definiert.

Die vorangegangenen Betrachtungen lassen deutlich erkennen, daß der Einfluß der Spannungsverteilung auf die Festigkeit durch die Materialstruktur relativiert wird. Insbesondere können Spannungskonzentrationen nur im Zusammenhang mit den jeweiligen Struktureigenschaften des verwendeten Materials bewertet werden. Kenngrößen, die unterschiedliche Materialstrukturen z. B. von Beton mit einfachen Mitteln zutreffend zu beschreiben ermög-

lichen würden, fehlen allerdings. Nur grobe Anhaltspunkte können angegeben werden, um die Empfindlichkeit des Materials gegenüber Spannungsspitzen zu charakterisieren. In dieser Beziehung ist es daher wichtig, weitere Zusammenhänge zu untersuchen, um die Geometrieabhängigkeit der beiden bisher erörterten Hauptparameter der Zugfestigkeit, nämlich Spannungsverteilung und Materialstruktur besser kennzeichnen zu können.

2.3.5. Geometrie

Die Erfassung von Festigkeits- und Verformungseigenschaften von spröden, heterogenen Stoffen erfordert die Einhaltung bestimmter Mindestabmessungen der gewählten Probekörper (EIBL u. IVANYI [34]) – ein Aspekt, der unabhängig von der Beanspruchung des zu untersuchenden Prüfkörpers gültig ist. Im Hintergrund dieser Forderung stehen zwei Gründe, die sich – zumindest im Bereich der üblichen Prüfkörperabmessungen – gegenläufig auswirken:

- Wie im Abschnitt 2.3.4 anhand einer topologischen Untersuchung von BROWN [18] gezeigt, verlangt die Ähnlichkeit der zu untersuchenden Proben zu dem tatsächlichen Material im Falle eines heterogenen Aufbaues der Materialstruktur die Einhaltung gewisser Mindestabmessungen, die durch Korngröße und Volumenanteil der einzelnen in die Matrix eingebetteten Fraktionen bestimmt werden. Wichtig ist hierbei festzustellen, daß aus dieser Forderung Prüfkörperabmessungen folgen, die jeweils abhängig von der Heterogenität gewählt werden müßten.

Durch die heute übliche Praxis, Festigkeitsuntersuchungen unabhängig von der Körnung an stets gleich großen Prüfkörpern durchzuführen, wird zumindest die Vergleichbarkeit der einzelnen Festigkeitsgrößen untereinander erschwert, wie sich dies an einem einfachen Beispiel demonstrieren läßt. Stellt man z. B. die Biegezug- und Prismendruckfestigkeit von einem Feinkorn- und einem Grobkornbeton bei gleicher Prismendruckfestigkeit gegenüber, so muß dieses Verhältnis

unter anderem schon deshalb völlig unterschiedlich ausfallen, weil das Volumen der Zugzone eines Biegezugkörpers wesentlich kleiner als das Volumen eines Prismas ist. Man vergleicht demzufolge Festigkeitseigenschaften, die im topologischen Sinne an unterschiedlichen Materialien ermittelt wurden. Während jedoch dieser Unterschied für einen Feinkornbeton nur gering ist, da auch der Biegezugkörper noch entsprechend große Abmessungen gegenüber der verwendeten Korngröße des Zugschlags besitzt, kann er an einem Grobkornbeton beträchtlich sein. Beide Vergleiche führt man nach diesem Beispiel unter stark unterschiedlichen Bedingungen durch, was mit Sicherheit eine unterschiedliche, jedoch auch vermeidbare Streuung der hieraus ermittelten Festigkeitsverhältnisse zur Folge haben wird.

- Natürliche wie auch künstlich hergestellte heterogene Stoffe haben nicht nur im topologischen Sinne sondern auch was die Festigkeitseigenschaften dieser Stoffe angeht, eine ungleichmäßige Struktur. Ohne in Abschnitt 3.3 noch näher zu erörternden statischen Erwägungen vorzugreifen, ist einzusehen, daß die Anzahl solcher Stellen oder Bereiche, deren Festigkeit unterhalb einer mittleren Qualität liegt, mit zunehmenden Abmessungen größer wird, was mit wachsendem Volumen im allgemeinen zu einer Herabsetzung der Festigkeit eines Prüfkörpers führt. Ähnlich wie der vorher erwähnte topologische Einfluß hängt dabei der volumenabhängige Festigkeitsabfall ebenfalls von der Heterogenität der Materialstruktur ab.

Die erwähnten beiden Einflüsse lassen sich oft kaum trennen. Bereits diskutierte Versuche von WRIGHT [150] (Abschnitt 2.2.2), in welchen er Prüfkörper gleicher Abmessungen sowohl direkt herstellt als auch aus einem größeren Körper herauschneidet, decken nur einen Teilaspekt der Volumenabhängigkeit von den Festigkeitseigenschaften, nämlich die herstellungstechnologischen Probleme.

Eine nähere Untersuchung des Einflußparameters "Geometrie" im Sinne der vorliegenden Betrachtungen ergibt, daß außer eines in Abschnitt 2.3.4. schon erörterten Zusammenhanges

zwischen "Geometrie" und "Heterogenität" auch eine starke Abhängigkeit der "Geometrie" von dem "Spannungszustand" besteht. Während in homogenen Spannungszuständen eine Veränderung von Querschnitts- oder Längsabmessungen der Prüfkörper (z.B. KOMLOS 89, 90, Bild 2.35 und 2.36) die Festigkeitseigenschaften nur geringfügig beeinflusst, kann eine ähnliche Maßnahme bei Prüfkörpern mit inhomogenen Spannungsfeldern drastische Veränderungen im Tragverhalten herbeiführen.

Wichtig ist allerdings hierbei, festzuhalten, daß eine starke Beeinflussung nur dann zu beobachten ist, wenn sich hierdurch das mit Höchstspannung beaufschlagte Volumen in Richtung des Spannungsgradienten ändert. In diesem Sinne ist die Vergrößerung der Balkenhöhe eines Biegezugbalkens als eine starke, hingegen die Erhöhung der Balkenbreite als eine nur schwache Einflußgröße zu bewerten (vgl. z. B. WRIGHT [150], Bild 2.56). Ebenso hat die Veränderung des Durchmessers eines Spaltzylinders einen wesentlich größeren Einfluß auf die Spaltzugfestigkeit als eine entsprechende Änderung der Zylinderhöhe (vgl. MELLOR u. HAWKES [102], Bild 2.71 und 2.72). Schließlich seien die Stempeldruckversuche von HODGSON u. COOK [65] erwähnt (Bild 2.90), die eine nennenswerte Abhängigkeit der Festigkeit von der Geometrie ebenfalls nur bei diesen durch einen stark veränderlichen Spannungszustand charakterisierbaren Versuchen beobachteten, während die parallel untersuchten einachsigen Prismenfestigkeiten in weiten Grenzen unempfindlich auf geometrische Änderungen reagieren.

DURELLI u. PARKS [33], deren an verschieden geformten Prüfkörpern aus Kunststoffen und Graphit durchgeführten Versuche in den Abschnitten 2.2.1 - 2.2.4 beschrieben sind, versuchten unter Beachtung dieser Gesetzmäßigkeiten eine Relation zwischen Geometrie und Spannungszustand herzustellen. Sie definierten hierfür ein Vergleichsvolumen, das aus dem bis zu 95 % der maximalen Spannung beaufschlagten Volumen - ohne Rücksicht auf evtl. vorhandene geringere

Bild d. TU.
11.11.1959

Abweichungen in den Hauptspannungsrichtungen und suchen einen Zusammenhang zwischen Vergleichsvolumen und Festigkeit. Bild 2.104 zeigt das Ergebnis einer derartigen Auswertung, das im Falle der Richtigkeit ihrer Annahmen

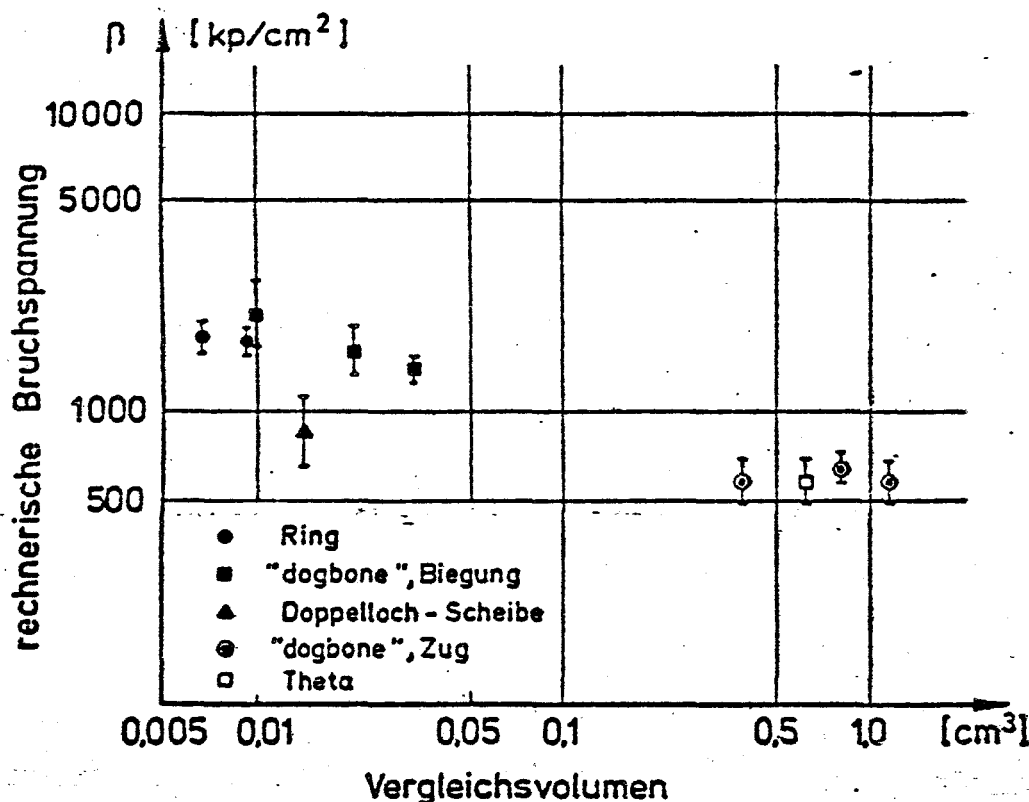


Bild 2.104

eine eindeutige Zugehörigkeit zwischen Vergleichsvolumen und Festigkeit unabhängig von der Körperform ergeben müßte. Ebenso wie bei ihren anderen, auf den ausschließlichen Einfluß eines Spannungsgradienten beruhenden Überlegungen (Bild 2.92) trifft jedoch dies nicht zu.

Die Einführung eines Parameters wie bei Durelli u. Parks muß aus zweierlei Hinsicht kritisch betrachtet werden. Erstens wird hierbei nicht beachtet, daß die Vergrößerung der Abmessungen eines zentrischen Zugkörpers eine andere Wirkung herbeiführt als die Veränderung der Balkenhöhe eines Biegezugbalkens; alle Änderungen werden stets in Volumen umgerechnet und in Bild 2.104 als Parameter benutzt. Zweitens ist die beschriebene Festlegung des Vergleichsvolumens willkürlich - nicht wegen der mehr oder

weniger unbegründeten Annahme der unteren Begrenzung des Volumens bei 95 % der max. Spannung, sondern weil diese Angabe auf die max. Spannung statt auf Struktureinheiten der jeweils untersuchten Stoffe bezogen wird (vgl. z. B. LAJTAI [93], Abschnitt 2.3.4, Bild 2.103).

Außer einer z. T. aus der Materialstruktur folgenden, zum anderen durch statistische Gesetzmäßigkeiten möglichen (vgl. Abschnitt 3.3) Erläuterung des Einflusses der Geometrie auf die Festigkeit spröder Stoffe weisen GLÜCKLICH u. COHEN [48] darauf hin, daß durch Veränderung der geometrischen Abmessungen auch die im Prüfkörper gespeicherte elastische Energie verändert wird, was den Bruchvorgang beeinflussen kann. Um diese Wirkung zu veranschaulichen, führten Glücklich u. Cohen zentrische Zug- und Druck- sowie Biegezugversuche an eingekerbten Balken durch, stets mit und ohne Anwendung von - allerdings sehr weich gewählten - Federn in der Belastungskonstruktion. In dieser Weise kann die Gesamtenergie des Systems Prüfkörper + Prüfmaschine in weiten Grenzen variiert werden. Die Biegezugkörper ergaben am weichen System im Vergleich zum nicht gefederten einen Festigkeits-

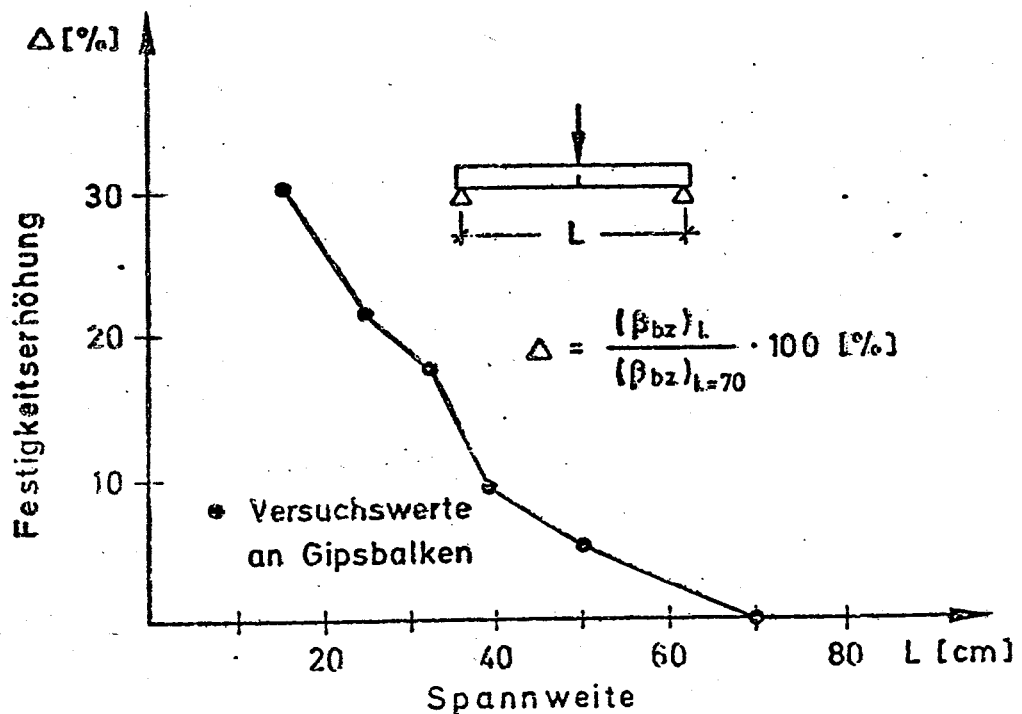


Bild 2.105

abfall von 12 %, die zentrischen Zug- wie Druckkörper gleichermaßen rd. 30 %. In weiteren Versuchen variierten Glücklich u. Cohen die Spannweite von Biegezugbalken mit konstanter Kerbtiefe im Bereich von $L = 16 - 70$ cm und stellten hierbei ebenfalls eine starke Veränderung von rd. 30 % der auf den Nettoquerschnitt bezogenen Biegezugfestigkeit fest (Bild 2.105). In der Erläuterung dieses Abfalls setzen sie eine Herabsetzung der Federcharakteristik des Systems durch Vergrößerung der Spannweite oder durch Einbau einer Feder in die Prüfmaschine gleich.

Eine eingehende theoretische Untersuchung dieser Fragen führen HARDY et al. [53] durch. Sie zeigen, daß bei einer heterogenen Materialstruktur eine Veränderung der geometrischen Abmessungen auf nicht-proportionale Änderung der Festigkeitseigenschaften führt, wenn man unterstellt, daß Mikrorisse oder Schwachstellen die gleiche geometrische Größenordnung haben, wie die Körnung der Struktur. Diese Eigenschaft unterschiedlich schlanker eingekerbter Biegezugbalken läßt sich aus einer Energiebilanz durch Gegenüberstellung der bei einer Rißverlängerung frei werdenden und der hierfür erforderlichen Energie direkt ableiten (vgl. Abschnitt 3.2).

Wichtig sind in dieser Beziehung die mit und ohne federnde Belastungskonstruktion an Prismen verschiedener Geometrie durchgeführten einachsigen Druckversuche von EINSTEIN et al. [35], die einschränkend zu diesen Überlegungen feststellen, daß die gespeicherte elastische Energie in der stabilen Rißfortpflanzungsphase keinen nennenswerten Einfluß auf die Ausdehnung dieser Phase ausübt; die instabile Phase hingegen entscheidend verkürzen kann. Man kann davon ausgehen, daß diese Feststellungen auch für die entsprechenden Phasen eines zugbeanspruchten Probekörpers von Gültigkeit sind.

2.3.6. Abschließende Bemerkungen

Aus der vorangegangenen Analyse der in Abschnitt 1.2 einführend erwähnten Einflußgrößen der Zugfestigkeit spröder Stoffe ist zu erkennen, daß diese tatsächlich am stärksten Festigkeits- wie Verformungsverhalten beeinflussen. Während jedoch die Auswirkungen einer Veränderung der Belastungs- (Dehn-) -geschwindigkeit keine materialspezifischen Merkmale zeigt, sind Einflüsse aus dem Spannungszustand und der Geometrie stets nur in Verknüpfung mit den Struktureigenschaften des untersuchten Materials richtig zu bewerten.

Aus der Tendenz der gefundenen Zusammenhänge läßt sich als wichtigstes Erkenntnis festhalten, daß es - in Anlehnung an die Begriffe des Bildes 2.1 - für spröde Stoffe unterhalb des Makrobereiches charakteristische Einheiten der Materialstruktur gibt, welche durch ihre geometrischen Maße die Empfindlichkeit eines jeden Stoffes sowohl gegenüber "schnellen" Änderungen in der Spannungsverteilung ("Kerbwirkung") als auch gegenüber Veränderungen in der Geometrie eines auf sein Festigkeitsverhalten zu untersuchenden Körpers maßgeblich beeinflussen. Auf diese Gedanken wird daher bei der Formulierung eines strukturorientierten Festigkeitsmodells in Abschnitt 4 zurückgegriffen.

3. Festigkeitshypothesen für spröde Stoffe unter Zugbeanspruchungen

3.1. Allgemeines

In Abschnitt 2 sind allgemeine Merkmale des Festigkeits- und Verformungsverhaltens spröder Stoffe unter Zugbeanspruchungen beschrieben sowie ein umfassender Überblick über die bisher vorliegende experimentelle Erfahrung auf diesem Gebiet gegeben. Eine anschließende Diskussion der zuvor nach einzelnen Prüfmethoden dargestellten Ergebnisse nach den wichtigsten Parametern ergab, daß zu einer systematischen Klärung der Auswirkung einzelner Einflußgrößen noch keine ausreichend gesicherten Versuchsdaten vorliegen. Dies kann als einer der Gründe genannt werden, weswegen eine phänomenologische Beschreibung des mechanischen Verhaltens dieser Stoffgruppe derzeit nur so lückenhaft möglich ist.

Als ein weiterer wichtiger Grund ist zu nennen, daß die bekannten Festigkeitshypothesen der Kontinuumsmechanik⁺⁾ gar nicht in der Lage sind, ein Hauptmerkmal spröder Stoffe, nämlich die mehr oder weniger ausgeprägte Abhängigkeit der Festigkeitseigenschaften vom Spannungszustand, entsprechend zu berücksichtigen. Die gelegentliche Verwendung der Ansätze der Plastizitätstheorie in Form einer "Zugplastizität" für spröde Stoffe (z.B. MEICHSSNER [101], WAGNER-GREY [139] oder ARGYRIS et al. [5]) (Bild 3.1a) führt nach Erweiterung der Aufgabenstellung auf Widersprüche. Überdies ist

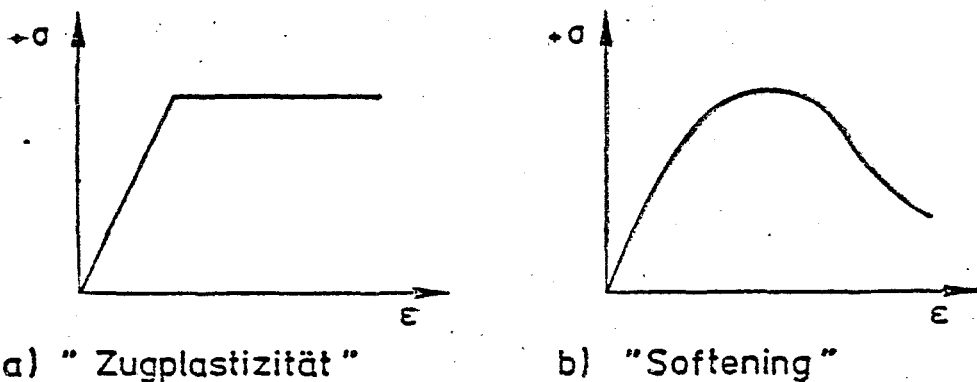


Bild 3.1

⁺⁾ Eine zusammenfassende Darstellung ist u.a. bei EIBL u. IVANYI [34] gegeben.

eine solche Annahme physikalisch überhaupt nicht begründbar.

Eine weitere Annahme, wonach Spannungs-Dehnungsgesetz durch einen "abfallenden Ast" ("softening") ergänzt wird (RÜSCH u. HILSDORF [122], HUGHES u. CHAPMAN [72], EVANS u. MARATHE [39] usw.) (Bild 3.1 b), beruht auf der Interpretation eines eigentlich als Kraft-Verformungszusammenhangs erfaßten Gesetzes als eine Spannungs-Dehnungslinie und enthält somit ebenfalls physikalische Widersprüche (vgl. Abschnitt 2.1).

Die Anwendbarkeit phänomenologischer Werkstoffgesetze setzt in der Regel eine zumindest näherungsweise Berücksichtigung der tatsächlichen physikalischen Eigenschaften des zu beschreibenden Stoffes voraus. Die aus der Kontinuummmechanik bekannten "Idealwerkstoffe" unterscheiden sich jedoch in wesentlichen Punkten von den spröden Stoffen, für die ein bis in die makroskopische Größenordnung stark unregelmäßiger und z.T. auch heterogener Aufbau sowie eine fortschreitende oder spontane Zerstörung der inneren Struktur unter Zug- wie Druckbeanspruchungen kennzeichnend ist. Es sind zwei spezielle Entwicklungseinrichtungen zu verzeichnen, die diesen physikalischen Merkmalen - zumindest teilweise auf andren Wegen als aus der Kontinuummmechanik gewohnt - Rechnung zu tragen versuchen:

- Die Bruchmechanik, wonach die stets vorhandenen strukturellen Unregelmäßigkeiten spröder Stoffe als Ausgang der späteren langsamen oder rapiden Zerstörungen betrachtet werden und
- die statistischen Festigkeitshypothesen, wobei aus der statistischen Verteilung der örtlichen Fehlstellen oder Festigkeiten der Struktur auf die Bruchwahrscheinlichkeit des Körpers geschlossen wird.

Wegen ihrer überragenden Wichtigkeit werden anschließend beide Hypothesen in ihren Grundzügen, insbesondere im Hinblick auf eine Ausdehnung ihrer Anwendung auf Beton erörtert. Andere Modellvorstellungen wie Mehrphasenmodelle (Bild 3.2.a), Gitterrostmodelle (Bild 3.2.b) oder Verbundmodelle (Bild 3.2.c), die am Beispiel von Beton bei EIBL u. IVANYI [34] ausführlich diskutiert werden, erlauben es meistens nur, Teilaspekte des Festigkeitsverhaltens zu erklären; sie tragen insbesondere im Falle von Zugbeanspruchungen nicht zur Gewinnung neuerer Erkenntnisse bei und werden daher in der vorliegenden Studie nicht näher betrachtet.

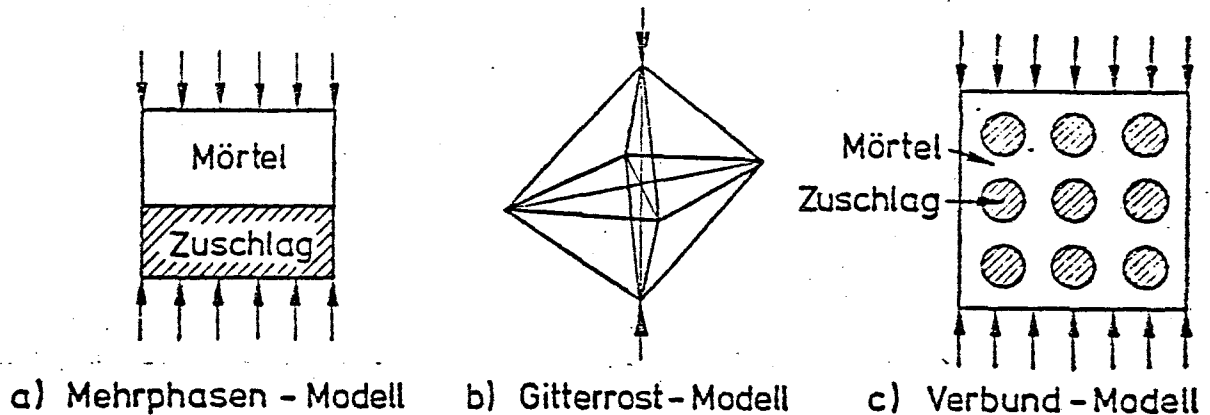


Bild 3.2

3.2. Bruchmechanische Überlegungen

Die Beschreibung des Bruchvorgangs in der Nähe örtlicher Unregelmäßigkeiten der Materialstruktur kann auf zwei Wegen erfolgen:

- Zum einen wird die maximal ertragbare Spannungskonzentration als Bruchkriterium verwendet. Dieser von OROWAN [112] eingeschlagene Weg wird u.a. von FREUDENTHAL [42] zu Recht kritisch beurteilt, da hierbei Methoden der Kontinuumsmechanik auf einen submikroskopischen bis atomaren, d.h. auf einen diskontinuierlichen Bereich ausgedehnt und somit die Gültigkeitsgrenzen der verwendeten Theorie verlassen werden.
- Zum anderen wird eine Energiebilanz für die Entstehung neuer Flächen aufgestellt, wie dies zum ersten Male von GRIFITH [49] vorgeschlagen wurde. Gelingt es hierbei, alle Energieanteile zu erfassen, so stellt diese Methode einen grundsätzlich richtigen Weg zur Charakterisierung des Bruches dar. Die weiteren Betrachtungen beziehen sich auf diese Annahmen.

Das Entstehen neuer Flächen bedarf Energiezuführung und verlangt somit die Erfüllung folgender, auf eine infinitesimalen Änderung bezogener Bilanz:

$$\text{Zugeführte Energie} \geq \text{Energiebedarf der neuen Flächen}$$

Ist der betrachtete feste Körper im statischen Gleichgewicht, so setzt sich die Gesamtenergie aus äußeren und inneren Anteilen sowie aus der Oberflächenenergie bereits erzeugter neuer Flächen zusammen (BIENIAWSKI [12]). Durch Energiezuführung wird die potentielle Energie (U)⁺ geändert; der Energiebedarf besteht aus dem Zuwachs der Oberflächenenergie (W) sowie aus weiteren Energieanteilen infolge plastischer Deformationen (P), Änderung der Wärmebilanz (T) oder freiwerdender kinetischer Energie (K) usw.:

$$\partial U > \partial W + \partial P + \partial T + \partial K + \dots$$

In dieser Bilanz ist es von Wichtigkeit, in welcher Weise ∂U zustande kommt: Entsteht ∂U durch Änderung der äußeren Belastung, so kann eine "gebremste" Rißbildung eingeleitet werden, die zu jedem Zeitpunkt angehalten werden kann. Wird jedoch ∂U z.B. an einer "Entladung" der Belastungseinrichtung oder an einer Veränderung des mechanischen Modells infolge des Bruchvorgangs selbst geleistet, führt es auf eine "ungebremste", spontane Rißverlängerung die nicht mehr aufzuhalten ist.

Die Bruchmechanik hat heute eine umfangreiche Literatur, darunter auch zusammenfassende Darstellungen wie bei FREUDENTHAL [42], HECKEL [56] bzw. in Grundzügen bei EIBL u. IVANYI [34]. Im folgenden kann daher auf ausführliche Erörterungen verzichtet werden. Nach einer kurzen Erläuterung der Grundbegriffe an den historischen Ableitungen von GRIFFITH [49] werden daher die Betrachtungen auf spezielle Fragen heterogener Stoffe beschränkt.

Bei der Aufstellung einer Energiebilanz ging Griffith vom Spannungszustand einer auf Zug beanspruchten Scheibe (Dicke $\hat{=}$ 1) aus linear-elastisch absolut - sprödem Material mit dem Elastizitätsmodul E aus und nahm näherungsweise an, daß vorhandene wie neue "Risse" durch eine flache zu einem Schlitz entartete elliptische Öffnung charakterisiert

⁺) Einschließlich der an der Belastungskonstruktion entstehenden Anteile

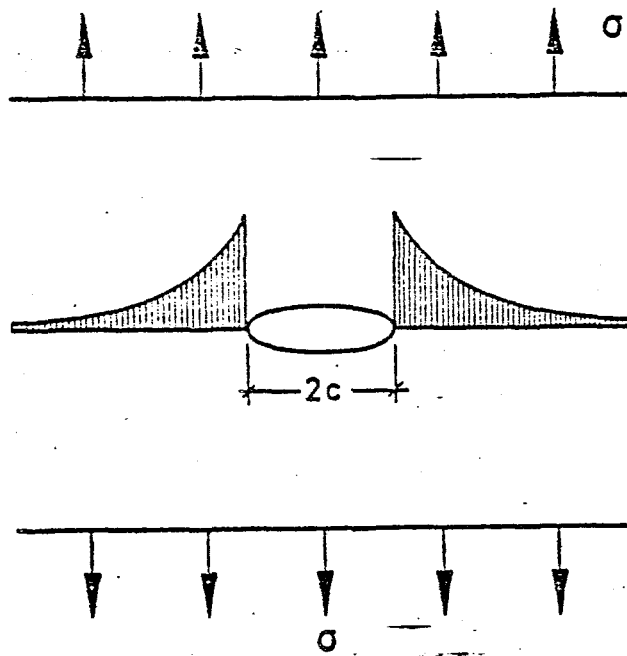


Bild 3.3

werden können ⁺) (Bild 3.3). Die potentielle Energie des Systems beträgt bei einer äußeren Spannung σ und eine Rißlänge $2c$

$$U = \frac{\pi c^2 \sigma^2}{E}$$

während die Oberflächenenergie

$$W = 2 \cdot 2c \cdot \gamma$$

wobei γ die spezifische Oberflächenenergie, d.h. die zur Erzeugung einer neuen Flächeneinheit erforderliche Energie (cmkp/cm^2) ist.

Die Ausdrücke U und W können bei $\sigma = \text{const.}$ über c dargestellt werden (Bild 3.4). Wendet man in dieser Darstellung das nunmehr aus zwei Termen bestehende Bruchkriterium $\partial U \geq \partial W$ graphisch an, so ergibt sich hieraus bei einer der Geraden $4c\gamma$ entsprechenden Tangenten der Parabel $\pi c^2 \sigma^2 / E$

⁺) Der Spannungszustand einer Scheibe mit elliptischem Loch war seinerzeit nach einer Lösung von INGLIS [76] bekannt.

eine "kritische Rißlänge" c_c , die bei der vorgegebenen Spannung eben noch stabil bleibt. Die Änderung der potentiellen Energie $G = \partial U / \partial c$, als "strain energy release rate" oder auch als "crack extension force" bezeichnet, weist in diesem Punkt einen kritischen Wert auf und wird mit G_c - "fracture toughness" - bezeichnet.

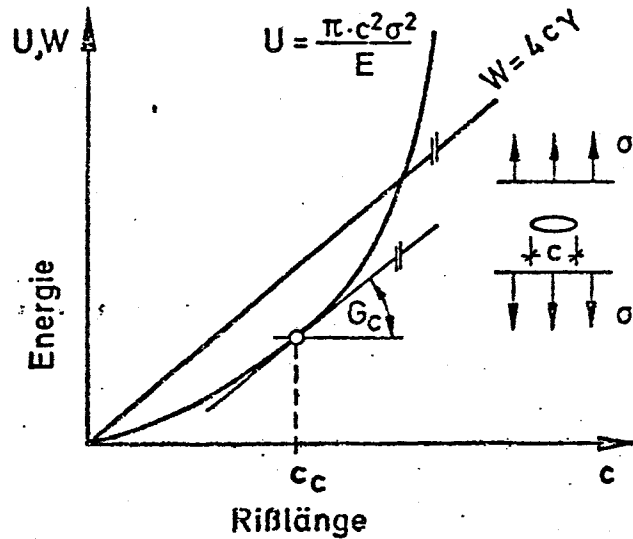


Bild 3.4

Umgekehrt läßt sich aus der Energiebilanz $\partial U \geq \partial W$ auf die maximale Spannung bei einer gegebenen Rißlänge $2c$ schließen:

$$\frac{\partial U}{\partial c} = \frac{2c\pi\sigma^2}{E}; \quad \frac{\partial W}{\partial c} = 4\gamma$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi c}}$$

σ ergibt hierbei diejenige Zugspannung, bei welcher ein vorhandener Riß mit der Länge $2c$ eben noch stabil bleibt.

In den bisherigen Betrachtungen wurden die charakteristischen Größen in Energie-Termen ausgedrückt. Es ist durchaus möglich,

diese durch entsprechende Spannungs-Terme zu ersetzen. WESTERGAARD [148] gibt z.B. den Spannungszustand einer unendlichen Scheibe mit Einschnitt in folgender Form an

$$\sigma_{ij} = K \cdot f(r, \theta)$$

wobei K ein sog. Spannungsintensitätsfaktor - "stress intensity factor" - und f eine Koordinatenfunktion ist. Geht man von der Westergaardschen Lösung aus, findet man folgenden Zusammenhang zwischen der Änderung der potentiellen Energie G und dem Spannungsintensitätsfaktor K:

$$G = \frac{\pi K^2}{E} \quad \text{oder} \quad K = \sigma \sqrt{2c}$$

Entsprechend G_c kann sinngemäß auch ein kritischer Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_c - "crack toughness" - definiert werden.

Diese scheinbar unwichtige Umformung der Ausdrücke gewinnt an Bedeutung, wenn gleichzeitig mehrere Spannungszustände betrachtet werden müssen. Während G in solchen Fällen jeweils für den Gesamtzustand neu zu ermitteln ist, läßt sich der Spannungsintensitätsfaktor aus der Summe der Einzelzustände gewinnen:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 + \dots$$

Diese Superposition ist naturgemäß auch für den kritischen Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_c , d.h. bei der Formulierung eines entsprechenden Bruchkriteriums, anwendbar.

Die Verlängerung eines Risses in der bisher betrachteten Form, nämlich infolge Zugbeanspruchungen senkrecht zur Rißfläche, stellt nur den einen Grunfall dar; weitere Möglichkeiten sind Bild 3.5 zu entnehmen.

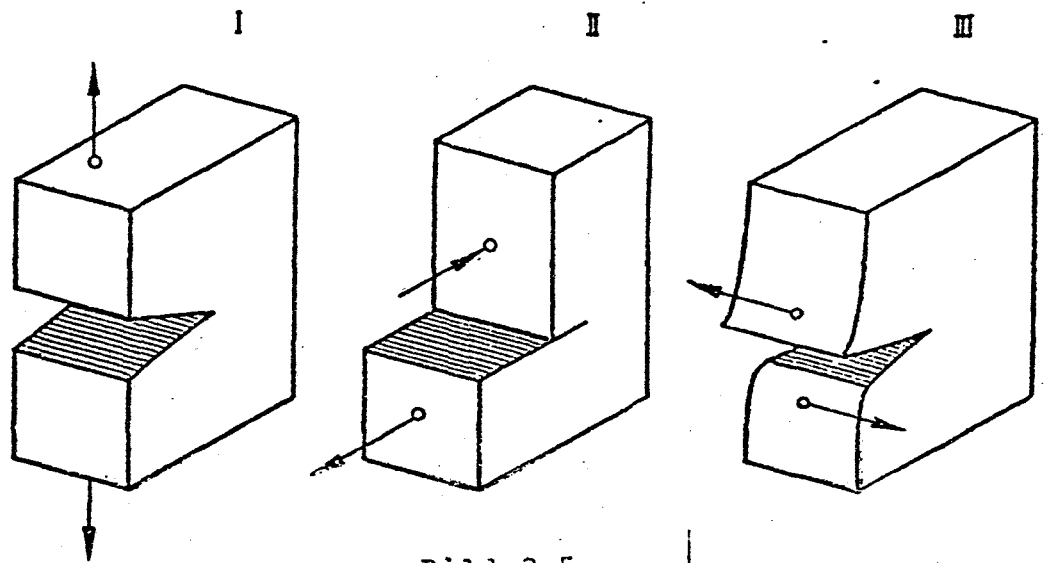


Bild 3.5

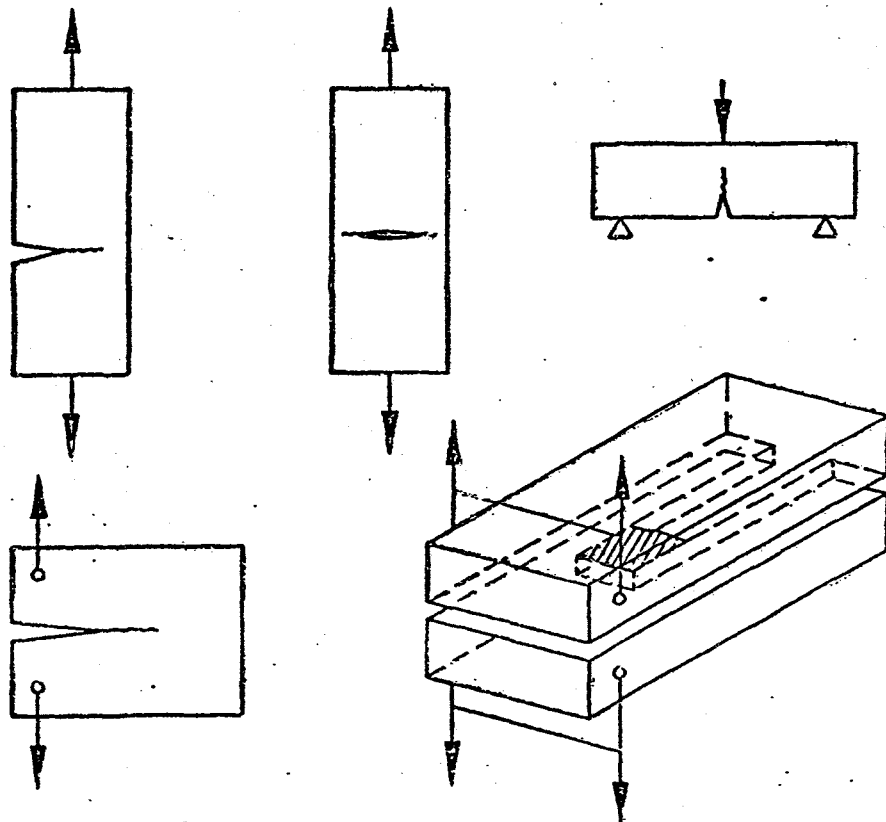


Bild 3.6

Die kritischen Kennwerte der Bruchmechanik G_C und K_{IC} können aus Versuchen ermittelt werden. Zu diesem Zweck werden Probekörperformen verwendet (Bild 3.6), die dem Studium der lastabhängigen Verlängerung eines vorgegebenen Risses dienen. Solche Körper müssen daher einerseits die direkte Beobachtung der Rißverlängerung ermöglichen, andererseits muß am Körper ein theoretischer Wert des geometrieabhängigen Spannungsintensitätsfaktors bekannt sein oder müssen - aus theoretischen Voruntersuchungen - die entsprechenden Terme zur Aufstellung einer Energiebilanz zur Verfügung stehen. Die Lösung dieser Aufgaben stellt das Hauptproblem der Bruchmechanik homogener Stoffe dar und läßt auch die Grenzen ihrer Anwendung erkennen.

Von dem äußerst schwierigen Problem einer experimentellen Beobachtung der Rißverlängerung abgesehen können die notwendigen theoretischen Kennwerte zur Auswertung bruchmechanischer Versuche auf folgenden Wegen gewonnen werden:

- Die analytische Methode - entwickelt von WINNIE u. WUNDT [149] - verlangt zuverlässige Kenntnisse des Spannungszustandes mit hohem Grad an Genauigkeit. Im wesentlichen werden Zusammenhänge gesucht, die eine Änderung des Spannungszustandes in Abhängigkeit von der Rißtiefe an einem endlichen Probekörper beschreiben. ^{für} eine einseitig eingekerbte Scheibe nach Bild 3.7a lautet z.B. der Ausdruck für K_I (entnommen HECKEL [56])

$$K_I = \frac{P}{b \cdot d} \sqrt{c \pi f(c/b)}$$

wobei $f(c/b)$ - Formfunktion - in Abhängigkeit von c/b Bild 3.7b entnommen werden kann. Ähnlich aufgebaute, analytisch ermittelte Zusammenhänge sind für alle in Bild 3.6 dargestellten Prüfkörperformen bekannt.

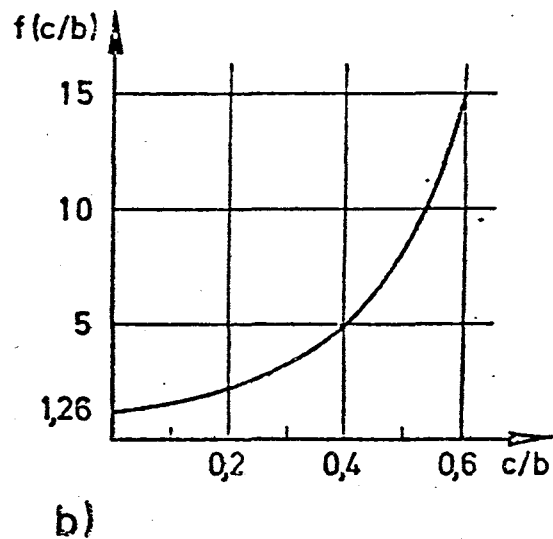
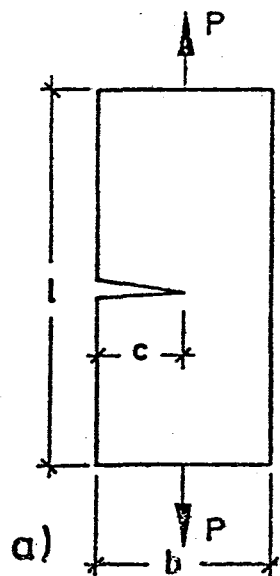


Bild 3.7

- Um Unsicherheiten bei der Ermittlung von Formfunktionen aus-
zuschalten, schlugen IRWIN u. KIES [77] die sog. "compliance
methode" vor. Sie zeigen, daß der kritische Wert der Änderung
der potentiellen Energie G_c bei einem durch mittige Einzellast
belasteten eingekerbten Biegezugbalken als eine direkte Funk-
tion der in Abhängigkeit von der Rißlänge veränderlichen Balken-
steifigkeit angegeben werden kann (Bild 3.8).

$$G_c = \frac{1}{2} (P/b)^2 \frac{dM}{dc}$$

mit

$$M = \frac{\delta(c)}{P/b} \quad (\text{Nachgiebigkeit})$$

Ähnliche Zusammenhänge lassen sich auch für die anderen Körper-
formen in Bild 3.6 gewinnen. Nach dieser Methode eröffnen sich
zwei Möglichkeiten zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte:
Zum einen können Versuche stufenweise, bei fortschreitender Riß-

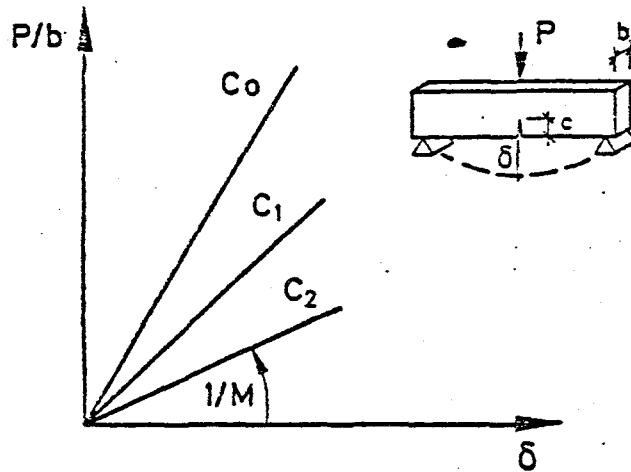


Bild 3.8

verlängerung mit ständigen Entlastungen durchgeführt werden, so daß am Versuchsende zu einer Anzahl von Rißlängen die zugehörigen Nachgiebigkeiten M bekannt sind. Hieraus lassen sich dann $dM/dc \approx \Delta M / \Delta c$ bzw. G_C - oder γ - unmittelbar ermittelt (vgl. z.B. DAVIDGE u. TAPPIN [26], Bild 3.9).

Zum anderen können die Nachgiebigkeiten auch rechnerisch, z.B. mit Hilfe der FEM an verschieden tief eingekerbten Balken bestimmt und zur Ermittlung der gesuchten bruchmechanischen Kennwerte verwendet werden (HILLEMEIER [60], HARDY et al. [53]). In

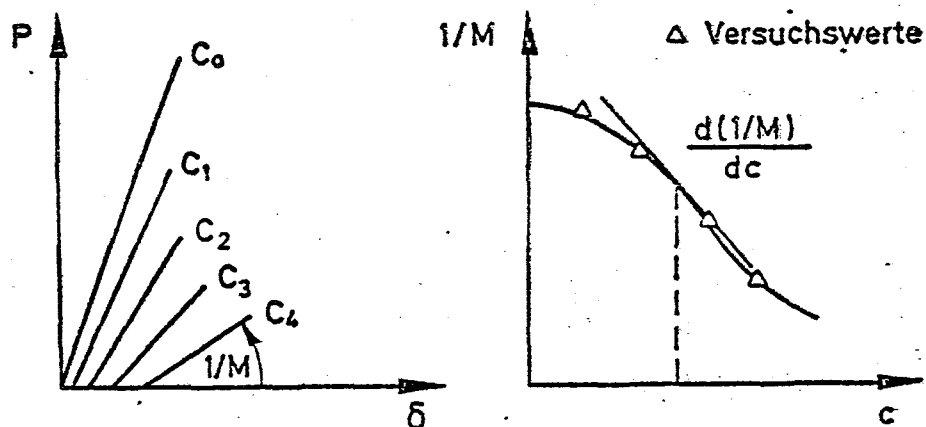


Bild 3.9

Bild 3.10 sind z.B. rechnerische und experimentell an Plexiglasbalken erzielte Steifigkeiten (Reziprokwert der Nachgiebigkeit) in Abhängigkeit von der Rißlänge gegenübergestellt.

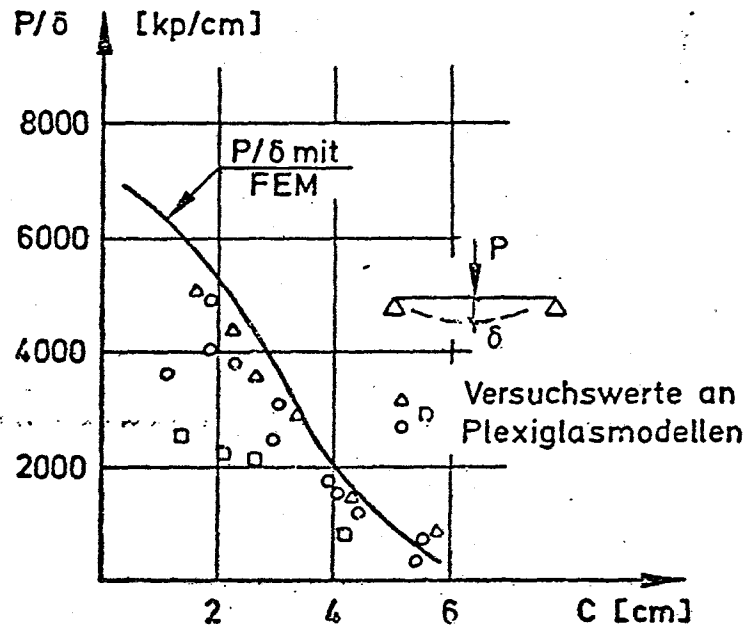


Bild 3.10

- Wenn sich der Bruchvorgang nicht spontan sondern kontrolliert abgespielt und außerdem angenommen werden kann, daß die gesamte dem Probekörper zugeführte Energie ausschließlich zur Erzielung neuer Flächen erforderlich war, läßt sich nach NAKAYAMA 105 eine "effective fracture energy"

$$\gamma_{\text{eff}} = \frac{U}{2A} \quad (A \hat{=} \text{Bruchfläche})$$

definieren, die im Mittel als ein charakteristischer Kennwert für das Material anzusehen ist. U gewinnt man aus dem Integral der Last-Verformungskurve.

Nakayama verweist in dieser Beziehung auf den Zusammenhang zwischen Kerbtiefe eines Biegebalkens und dem Charakter des Bruches. Über letzteren entscheidet nämlich die im Körper vorhandene überschüssige potentielle Energie $\Delta U = U_0 - W$ ($W = 2A \cdot \gamma_{\text{eff}}$), die qualitativ einen in Bild 3.11 dargestellten Verlauf über die Kerbtiefe c aufweist. Aus diesem Grunde ist es möglich, c in einem Bereich zu wählen, in welchem $\Delta U < 0$ ist und dementsprechend ein kontrollierbarer Bruch zu erwarten ist. Ähnliche theoretische Überlegungen stellen auch GLÜCKLICH u. COHEN 47,48 auf und führen zur Bestätigung entsprechende Versuche an Gipsmodellen durch (vgl. auch Abschnitt 2.3.5).

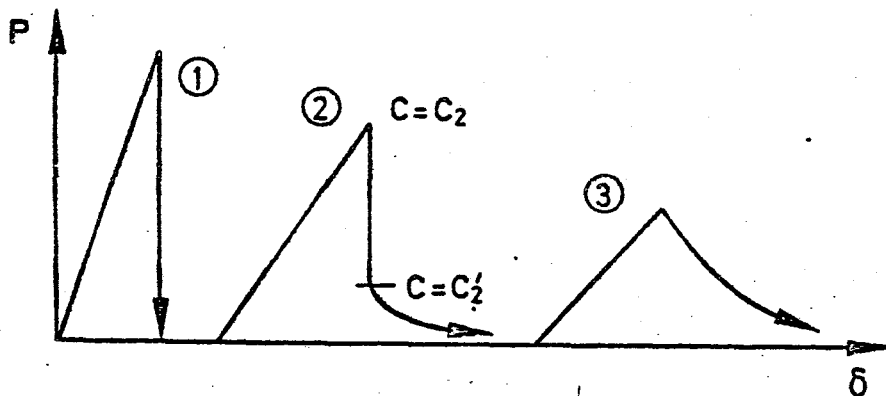
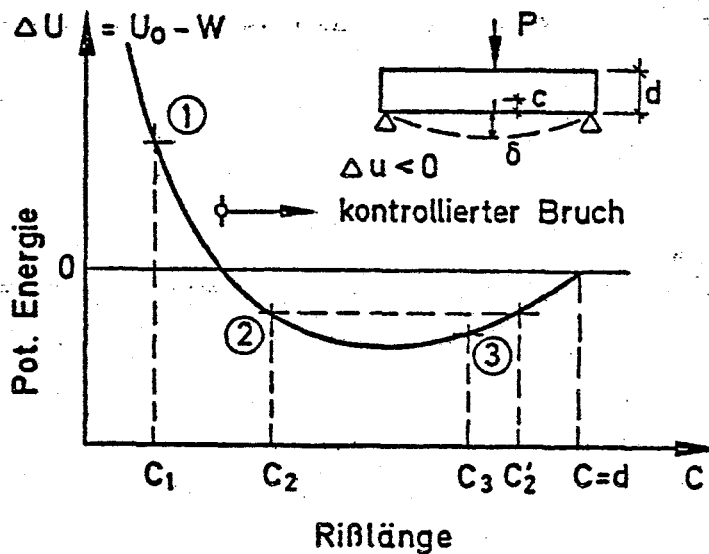


Bild 3.11

Die beschriebenen bruchmechanischen Methoden bauen auf Grundsätzen der Kontinuumsmechanik auf. Verwendet man diese unter definierten Umständen für homogene Werkstoffe, so ist zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen eine zufriedenstellende Übereinstimmung zu erwarten. Ebenso bewähren sich die beschriebenen Methoden z.B. bei der ständigen Qualitätskontrolle metallischer Werkstoffe, wobei sie vor allem einer Vergleichbarkeit der einzelnen Werkstoffe untereinander dienen.

Im Gegensatz hierzu können bisherige Bestrebungen, Erkenntnisse der Bruchmechanik für eine quantitative Beschreibung des Bruchverhaltens spröder, insbesondere heterogener Stoffe allgemein anzuwenden, nicht als erfolgreich bezeichnet werden. Vor allem liegen die Schwierigkeiten in einer wirklichkeitsnahen Erfassung der lastabhängigen inneren Zerstörung der Materialstruktur, deren Energiebedarf in einer für den Bruch aufzustellenden Energiebilanz nur sehr lückenhaft angegeben werden kann.

KAPLAN [84] überprüfte zum ersten Male die Anwendbarkeit der Bruchmechanik auf Beton. Er führte Versuche an eingekerbten Biegezugbalken durch und berechnete hieraus die bruchmechanischen Konstanten von Beton. Korrekturen für eine Mikrorißbildung führte er nicht ein, wies jedoch auf diese Tatsachen hin.

Aus einer Zuschrift zu dieser Arbeit wird besonders deutlich erkennbar, daß der von Kaplan eingeschlagene Weg für Beton praktisch zu keinem brauchbaren Ergebnis führen kann. BLAKEY u. BEVESFORD [60] wiesen nach, daß aus Kaplan's Versuchsergebnissen, bezogen auf den durch die Einkerbung geschwächten Nettoquerschnitt, eine durchweg konstante Zugfestigkeit resultiert; Beton erweist sich demnach als ein kerbunempfindliches Material (vgl. die Abschnitte 2.3.3 und 2.3.4). Dieses Ergebnis kann nach dem heutigen Stand der Erkenntnisse durch das heterogene Gefüge von Beton hinreichend begründet werden. Aus zahlreichen Versuchen, die bei EIBL u. IVANYI [34] zusammenfassend dargestellt sind, ist bekannt, daß im heterogenen Betongefüge bereits bei niedrigen Beanspruchungen hohe Dehnungsspitzen auftreten, die schließlich zur Bildung von Mikrorissen führen. Unter diesen Umständen macht sich eine zusätzliche von außen angebrachte Einkerbung kaum noch bemerkbar.

In weiteren bruchmechanischen Versuchen (z.B. LOTF u. KESLER [95], BROWN [20], WELCH u. HAISMAN [107], OKADA u. KOYANAGI [110], KESLER et al., [87], MOAVENZADEH u. KUCUEL [104], WALSH [142], SHAH u. McGARRY [127]

usw.) konnten hinsichtlich des bruchmechanischen Verhaltens von Beton keine wesentlich neuen Erkenntnisse hinzugewonnen werden. Eine Zusammenstellung aller bekannten bruchmechanischen Versuchsergebnisse an Probekörpern aus Beton bei RADJY u. HANSEN [118] zeigt außerdem eine beachtliche Streuung der ermittelten Kennwerte, ohne daß sich dabei eine systematische Beeinflussung durch die Zusammensetzung der untersuchten Betone abzeichnen würde. Ähnliche Feststellungen gelten auch für Mörtel; nur Zementstein verhielt sich als ein Kerbpempfindliches Material (SHAH u. McGARRY [127], HILLEMEIER [60]), allerdings mit nicht minder großer Streuung der entsprechenden bruchmechanischen Kennwerte.

Die Ursachen der Erfolglosigkeit bei Anwendung des bruchmechanischen Konzepts zur Beschreibung des Festigkeitsverhaltens von Beton werden allgemein in der nicht quantifizierbaren Rolle des Zuschlags beim Bruchvorgang gesehen. Es ist bekannt, daß Fein- wie Grobzuschläge die entstehenden Risse bremsen, ablenken und verzweigen (SHAH u. McGARRY [127], HILLEMEIER [60]), eine quantitative Beschreibung dieser Wirkung fehlt jedoch. LOTT u. KESLER [95] schlagen zwar vor, den kritischen Wert des Spannungsintensitätsfaktors für Beton aus dem von Zementstein K_{ze} und einer "arresting function" f (ARR) zu superponieren

$$K_c = K_{zc} + f(ARR)$$

✓ Zuschlag

um in dieser Weise die bremsende Wirkung des Zuschlags zu berücksichtigen; ihr Vorschlag hat jedoch eher nur einen qualitativen Charakter.

Zur zahlenmäßigen Beschreibung der inneren Vorgänge müßten u.a. weitere Angaben über die Intensität der Mikrorißbildung im Betongefüge vorliegen. MOAVENZADEH u. KUGUEL [104] die die sog. "side-cracking", d.h. die Mikrorißbildung außerhalb des Bruchquerschnitts mit mikroskopischen und statistischen Methoden studierten, stellten fest, daß sich hierdurch durchschnittlich 10- bis 20-fach größere Flächen als die Nennbruchfläche bilden können. HARDY et al. [53] wiesen auf diesen Einfluß bei natürlichen Gesteinen hin. Solange jedoch Unsicherheiten in dieser Größenordnung bestehen, kann die Bruchmechanik nicht als Grundlage zur Beschreibung des Festigkeitsverhaltens von Beton dienen.

3.3. Statistische Aspekte des Sprödbrechens

Die bekannten statistischen Festigkeitsmethoden gehen entweder von einer vorgegebenen Verteilung der Fehlstellen oder der Festigkeiten aus (FREUDENTHAL [43]).

- Unter der Annahme, daß der Bruch des Körpers durch das Erreichen einer kritischen Konzentration von Fehlstellen herbeigeführt wird, läßt sich ein allgemeiner Zusammenhang zwischen der Körpergröße (Länge, Volumen) und der Bruchwahrscheinlichkeit herleiten. Nimmt man etwa an, daß eine einzige Imperfektion den Bruch verursacht, beträgt die Bruchwahrscheinlichkeit

$$P(V) = 1 - e^{-c \cdot V}$$

wobei c das mittlere Volumen je Fehlstelle (Vol^{-1}) bezeichnen. Sofern dieses Konzept auf mehrere Fehlstellen ausgedehnt wird, führt es auf eine Γ -Verteilung der Bruchwahrscheinlichkeit. Eine Erweiterung dieser Hypothese ist auch durch Einbeziehung von Spannungsgrößen möglich, indem z.B. postuliert wird, daß mit wachsender Spannung die Anzahl der zum Bruch erforderlichen Fehlstellen abnimmt. In ideser Weise kann die Bruchwahrscheinlichkeit $P(V)$ von der Körpergröße und der Spannungsverhältnisse abhängig angegeben werden.

- Eine andere Möglichkeit besteht darin, aus der Verteilung der Festigkeiten - oder sonstiger, diese Größen bestimmter Eigenschaften - auf die Bruchfestigkeit eines Körpers beliebiger Größe zu schließen.

Im einfachsten Falle kann man davon ausgehen, daß der Bruch durch das Erreichen der Festigkeit der schwächsten Volumeneinheit herbeigeführt wird. Dieses sog. "weakest link" - Konzept entwickelte PEIRCE 1926 [115].

"Es ist eine Binsenwahrheit, deren mathematische Anwendung jedoch von nicht geringem Interesse sein dürfte, daß die Festigkeit einer Kette durch ihr schwächstes Glied bestimmt wird."

WEIBULL 1939 [144, 145] formuliert dieses Konzept mathematisch und wertet eine Anzahl von Versuchen aus. Einige Jahre später wies schließlich EPSTEIN [37] darauf hin, daß sich die Bruchwahrscheinlichkeit nach dem "weakest link" - Konzept als eine Extremalverteilung aus der Verteilung der Festigkeiten ergibt. Je nachdem, ob die Elementarfestigkeiten der Volumeneinheiten mit zunächst noch nicht näher definierter Größe z.B. rechteck-, Cauchy-, Laplace-, Gauss- oder Weibull-verteilt sind, ergeben sich die Festigkeiten eines Körpers mit dem n -fachen Einheitsvolumen nach dem "weakest link" - Konzept unabhängig von n , linear in n , nach $\ln n$, $(\ln n)^{1/2}$ oder nach $n^{-1/m}$ (m ist ein Parameter der Weibull-Verteilung).

Das Bruchkriterium des "weakest link" - Konzepts berücksichtigt nicht das Zusammenwirken von benachbarten Elementen. Ein verbessertes Bruchkriterium läßt sich z.B. formulieren, in dem die Elemente statt in einer Reihe, parallel geschaltet werden. In dieser Weise gelangt man zu dem klassischen Bündelproblem.

DANIELS [25] zeigt hierfür, daß Ketten bestehend aus n -Bündeln mit wachsendem n asymptotisch eine Normalverteilung der Festigkeitsanstreben.

Zur Bestimmung der Elementarfestigkeiten werden statistischen Festigkeitshypothesen häufig "Griffith-Risse" zugrunde gelegt. Zur Lösung von Problemen mit diesem physikalischen Inhalt muß die Gesetzmäßigkeit der Rißverteilung (Porenverteilung) bekannt sein. Werden dabei Risse nur nach Länge unterschieden, führt dies zum einfachen "weakest link" - Konzept. Durch Einführung weiterer Eigenschaften der Risse, wie z.B. Richtung, Konzentration usw. lassen sich vielfältige Erweiterungen u.a. auch auf mehrachsige Beanspruchungszustände erzielen (BRADY [17], NISHIMATSU [108], BATDORF [9]).

Festigkeitshypothesen in Form des "weakest link" - Konzepts werden oft zur Erläuterung der Abhängigkeit der Zugfestigkeit spröder Stoffe von der Geometrie und der Spannungsverteilung herangezogen. WEIBULL [144] untersuchte u.a. nach

diesen Annahmen den Einfluß einer linearen Spannungsverteilung in Biegezugkörpern auf die zu erwartende Zugfestigkeit und kam zu dem Schluß, daß das Verhältnis Biegezug-/Zugfestigkeit

$$\frac{R_{bz}}{R_z} = (2m + 2)^{1/m}$$

betragen muß. (m bezeichnet hierbei einen Parameter der Wiebull-Verteilung). Dieser Zusammenhang ist offensichtlich falsch, da Wiebull m aus einer allgemeinen Abhängigkeit der Festigkeit vom Volumen ermittelte und somit durch Anwendung des gleichen Parameters auf einen Biegezugbalken keinen Unterschied zwischen Breite, Höhe und Länge des Balkens macht. Ähnliche "Vereinfachungen" sind bei der Erläuterung der in den Abschnitten 2.3.2 und 2.3.5 betrachteten Einflußgrößen der Zugfestigkeit spröder Stoffe häufig anzutreffen (vgl. u.a. WRIGHT [150] und NIELSEN [107] für die Biegezugfestigkeit oder DURELLI u. PARKS [33] für den Vergleich unterschiedlicher Festigkeitseigenschaften). Mit solchen Methoden gewonnene "Gesetzmäßigkeiten" können in der Regel nicht verallgemeinert werden.

Dem unterschiedlichen Einfluß der Änderung einzelner geometrischer Maße auf die Biegezugfestigkeit trug TUCKER [136] durch eine differenzierte Betrachtung der Breiten-, Höhen- und Längenabmessungen von Biegezugbalken Rechnung. Er zeigte dabei, daß der Einfluß der Erhöhung der Balkenbreite auf die Festigkeit durch "weakest link" - Annahmen nicht beschrieben werden kann. Vielmehr muß man hierbei seiner Meinung nach von parallel geschalteten Einzelelementen, deren Tragfähigkeiten summiert werden dürfen, ausgehen.

Die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Länge und auch von der Höhe des Prüfkörpers ist nach Tucker durch das "weakest link" - Konzept zutreffend erfaßbar. Für die Längenabhängigkeit betrachtet er willkürlich gewählte Längenabschnitte n als Elemente einer "Kette". Über den Zusammenhang zwischen einer Normalverteilung mit bekannten Parametern (Mittelwert und Standardabweichung) bestimmt er die Verteilung der Extremwerte in n Elementen und den wahrscheinlichsten Wert der Festigkeit eines Einzelelements. In Kenntnis dieser Werte schließt er dann auf die Biegezugfestigkeit von kürzeren oder längeren Balken, die aus weniger bzw. mehr Einzelelementen (Längenabschnitten) bestehen. Nach dem gleichen Prinzip betrachtet Tucker auch die einzelnen Zugfasern eines Biegezugbalkens als Elemente einer Kette und verfährt dann in gleicher Weise wie in Längsrichtung des Balkens

Während Tucker den Einfluß der Balkenbreite auf die Biegezugfestigkeit etwa richtig erfaßt, berücksichtigt er bei der Beurteilung der Balkenlänge bzw. Balkenhöhe nicht die Belange der Materialstruktur. Er beachtet bei der Einteilung eines Biegezugbalkens in Längsschnitten oder in Streifen über die Balkenhöhe lediglich mathematisch - statistische Gesichtspunkte und versucht, möglichst viele Einheiten zu wählen, um hierdurch die "Genauigkeit" seiner Methode zu erhöhen. In Wirklichkeit beeinflußt er durch die Anzahl der Einheiten das Ergebnis vollkommen unkontrolliert. Darüber hinaus macht er bei der Bewertung der geometrischen Parameter z.B. zwischen einem Gips- und Betonbalken keinen Unterschied. Schließlich ist es durch sein Vorgehen möglich, Lösungen von "Einheitsbalkenhöhen" auf beliebige Absolutmaße zu transformieren, was den bekannten experimentellen Ergebnissen in jeder Hinsicht widerspricht.

Geschlossene mathematische Lösungen für verschiedene statistische Festigkeitshypothesen können in der Regel nur durch die Einführung von sehr einfachen mechanischen Modellen erzielt werden. Für die bisherige Entwicklung ist charakteristisch, daß zunehmend verfeinerte statistische Annahmen an weiterhin sehr einfachen mechanischen Modellen - z.B. "weakest link" - Konzept - überprüft werden. Ein solches Vorgehen ist jedoch zum Scheitern verurteilt.

Bei der Auswertung experimenteller Ergebnisse wird in der Regel die Rolle der Materialstruktur bei der Wahl eines Vergleichsvolumens außer acht gelassen. Unter diesen Umständen fehlt jedoch der reelle Bezug der Daten, so daß eine Bestätigung von statistischen Hypothesen in dieser Weise gar nicht erwartet werden darf.

Beachtet man diese Diskrepanzen in der bisherigen Forschungstätigkeit, so ist es nicht verwunderlich, wenn an dieser in manchen Fällen harte Kritik geübt wird:

"Unter diesen Umständen ist eine experimentelle Forschung auf dem Gebiet statischer Spröbruchtheorien ziemlich frustrierend, insbesondere, wenn eine solche Forschung an Materialtypen unternommen wird, deren Bruchverhalten nicht klar definiert werden kann. Eine solche Forschung kann leicht in wahllose Sammlung von Versuchsdaten und ihrem Ausgleich in Form von Diagrammen ausarten". (FREUDENTHAL [43])

4. Ein strukturorientiertes statistisches Festigkeitsmodell für zugbeanspruchten Beton

4.1 Allgemeines

Ein umfassendes Studium des Versagensmechanismus von Beton unter Zugbeanspruchungen zeigt, daß der Bruch durch eine langsame Zerstörung des inneren Gefüges, insbesondere durch die des Haftverbundes zwischen Matrix und Zuschlag eingeleitet wird. Im Gegensatz zu einem vergleichbaren Vorgang unter Druckbeanspruchungen wird hierdurch die zur Kraftübertragung ursprünglich vorhandene Fläche verringert, weswegen die langsame Zerstörungsphase unter Zugbeanspruchungen verkürzt wird. Diese Vorgänge werden vorwiegend durch die Materialstruktur, bei Beton insbesondere durch sein heterogenes Gefüge beeinflußt. Alle weiteren Einflußgrößen, insbesondere die festigkeitsbestimmende Rolle der Spannungsverteilung bzw. Körpergeometrie können nur vom Strukturaufbau ausgehend richtig erklärt werden.

Die langsamen Zerstörungen im Gefüge eines zugbeanspruchten Körpers aus Beton sind mit Mikrorißbildungen verbunden, die z.T. mit optischen oder anderen Mitteln auch an der Oberfläche des Körpers kenntlich gemacht werden können. Es ist aus mikroskopischen Untersuchungen an Dünnschliffen aus vorher verschieden hoch beanspruchten Probekörpern bekannt, daß die überwiegende Mehrheit dieser Risse entlang der Korngrenzen verläuft. Erst unmittelbar vor dem Bruch treten Risse auch in der Matrix, seltener in Zuschlagkörnern auf.

Der Charakter der Mikrorißbildung ist, was die Orientierung der Risse angeht zum Teil, was jedoch den Ort ihres Auftretens anbelangt, überwiegend zufälliger Natur. Aus diesem Grunde erscheint es angebracht, zum Studium dieser Vorgänge die schließlich zum Bruch des Körpers führen, statistische Methoden anzuwenden.

Ein Überblick über die bisher mit statistischen Methoden aufgestellten Festigkeitshypothesen deutet vor allem auf zwei Gebieten auf so starke Vereinfachungen hin, daß diese schließlich die Brauchbarkeit der Ergebnisse infrage stellen. Es sind dies die jeweils gewählte statistische Einheit und das aus diesen Einheiten bestehende mechanische Modell.

Die statistische Einheit muß eine strukturorientierte Größe sein, weil nur dann erwartet werden kann, daß das Verhalten eines beliebig großen und beliebig beanspruchten Körpers im Hinblick auf die maßgebenden Einflußgrößen "Spannungsverteilung" und "Geometrie" annähernd richtig erfaßt wird. Im vorliegenden Fall - Zugbeanspruchung mit veränderlicher Dehnungsverteilung - ergibt sich aus dem Studium des Versagensmechanismus als wichtigster Parameter die Haftfestigkeit zwischen Matrix und Zuschlag. Bei der Wahl einer statistischen Einheit muß daher eine repräsentative Volumeneinheit (RVE) gewählt werden, deren individuelles Versagen auf die Überschreitung der Haftfestigkeit unmittelbar zurückgeführt werden kann.

Bei einem Einkornbeton mit bekanntem Volumenanteil des Zuschlags wäre die RVE aus reinen topologischen Überlegungen als Einzelkorn + zugehöriges Matrixvolumen festzulegen. Bei einem Normalbeton mit stetiger Sieblinie ist diese Aufgabenstellung nicht mehr so eindeutig, da entsprechende Versuchsdaten kaum vorliegen. Es ist allerdings anzunehmen, daß die Größe der RVE mit dem "mittleren Korndurchmesser" - vgl. Abschnitt 2.3.4 - verknüpft werden kann. Schließlich kann auf die RVE auch indirekt aus der festigkeitsbestimmenden Wirkung unterschiedlicher Spannungszustände auf definierte Materialstrukturen geschlossen werden.

Nach allen bisherigen Erfahrungen hängt die Haftfestigkeit zwischen Matrix und Zuschlag von vielen Faktoren ab und ist mit großen Streuungen behaftet. Trotz der großen Anzahl vorliegender Versuchswerte würden sich kaum eindeutige Zahlenwerte angeben lassen, die - in ein mechanisches Modell eingebaut - z.B. eine Vorhersage von Zugfestigkeiten ermöglichen würden. Dies ist jedoch auch nicht Ziel der vorliegenden Arbeit. Vielmehr soll hier in erster Linie der Einfluß des Spannungszustandes auf die an Prüfkörpern meßbaren Festigkeitsdaten studiert werden. Zu diesem Zweck ist es ausreichend, von einigen Haftfestigkeiten auszugehen; nur die Streuung dieser Größe aus den vorhandenen Versuchsdaten entsprechend gewählt werden kann, wird das Festigkeits- und Verformungsverhalten der zu untersuchenden Versuchskörper beeinflussen.

Zur wirklichkeitsnahen Berücksichtigung der Bindungen zwischen den einzelnen RVE wird das mechanische Modell mit der Methode finiter Elemente (FEM)

beschrieben. Einfachere Modelle wie "weakest - link" und "Bündel" werden vergleichsweise ebenfalls geprüft. Sie können jedoch den tatsächlich viel komplizierteren Abhängigkeiten der Einzelelemente untereinander nur bedingt Rechnung tragen.

Mit der FEM können beliebige, ebene oder räumliche Probleme spröder Stoffe zutreffend behandelt werden. Das Versagen eines Einzelelementes wird durch das sog. "no-tension" - Konzept (vgl. ZIENKIEWICZ [152]) erfaßt. Hiernach kann ein Element nach Überschreitung der ihm zugeordneten individuellen Festigkeit in einer Richtung nur noch senkrecht hierzu Spannungen übertragen. In der nicht mehr tragfähigen Richtung verbleibende Zugspannungen werden iterativ abgebaut. Bei üblichen Berechnungen mit der FEM ist es in der Regel problematisch die Erfüllung des Versagenskriteriums eines Elements am richtigen Ort zu prüfen. Im vorliegenden Falle werden die RVE strukturorientiert definiert, so daß eine Gegenüberstellung der vorhandenen Spannungen der Festigkeiten sinngemäß im Schwerpunkt der Elemente erfolgen kann.

Eine Überprüfung des hier geschilderten Konzeptes erfolgt an prismatischen Prüfkörpern unterschiedlicher Querschnittsabmessungen. Solche Körper werden sowohl für die Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit, als auch der Biegezugfestigkeit mit mittiger Einzellast oder zwei Einzellasten in den Drittelpunkten verwendet. Ihr Spannungszustand kann zu Beginn der Belastung - mit Ausnahme der Lasteinleitungsbereiche - nach der Balkentheorie, d.h. unter der Annahme einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt beschrieben werden.

Die Dehnungsverteilung wird in der Phase der intensiven Gefügerißbildungen mit großer Wahrscheinlichkeit von einer linearen abweichen. Durch eine strukturorientierte Wahl der Abmessungen der statistischen Einheiten werden allerdings die örtlichen Dehnungsspitzen teilweise "geglättet", was u.a. eine wesentliche Zielsetzung des geschilderten Verfahrens ist. Örtlich hohe Dehnungsspitzen im Gefüge zu erfassen wäre nur dann erstrebenswert, wenn die dazugehörigen Festigkeitsdaten ebenfalls zur Verfügung stehen würden.

Bei diesen ersten Berechnungen wird daher die Gültigkeit einer linearen Dehnungsverteilung auch für den gerissenen Zustand beibehalten. Die Möglichkeit, ein finites Balkenelement auch über den Querschnitt der gewählten Abmessungen der RVE entsprechen einzuteilen, wird durch die Einführung "geschichteter Elemente" sichergestellt.

Nachfolgend werden das statistische und das mechanische Modell näher erörtert. Danach werden die an einer Kombination beider Modelle gewonnenen Ergebnisse erläutert und Ergebnisse nach anderen Methoden gegenübergestellt.

4.2. Rechenmethode

4.2.1. Statistisches Modell

Beim Konstruieren eines statistischen Modells wird davon ausgegangen, daß die Zugfestigkeit von Normalbeton im wesentlichen durch die Haftfestigkeit zwischen Matrix und Zuschlag bestimmt wird. Die Haftfestigkeit, die ihrerseits eine stark streuende Größe ist, wird entsprechend der jeweiligen Materialstruktur gewählten repräsentativen Volumeneinheiten (RVE) zugeordnet. Da beliebig geformte, zugbeanspruchte Körper aus diesen Einheiten bestehen, wird ihr Verhalten schließlich durch jenes der RVE geprägt.

Es wird angenommen, daß sich die RVE ideal-elastisch/absolut spröde verhalten. Ihre Verformungseigenschaften sind deterministisch bestimmt, während ihre Festigkeit - Haftfestigkeit - durch eine Normalverteilung mit dem Mittelwert β_h und einem Variationskoeffizienten v beschrieben werden kann.

Zur Ermittlung der Bruchwahrscheinlichkeiten eines beliebig geformten zugbeanspruchten Körpers müssen diese statistischen Eigenschaften einem sinnvoll gewählten mechanischen Modell zugeordnet werden. Geschlossene Lösungen sind hierbei nur durch starke Vereinfachungen zu erzielen; solche Lösungen werden im vorliegenden Fall nur zu Vergleichen herangezogen. Aus diesem Grunde wird eine Monte-Carlo-Simulation angewendet. Im Gegensatz zu herkömmlichen Verfahren der Mathematik werden hierbei zur Lösung von Problemen Zufallszahlen verwendet, die der Realisierung von Zufallsexperi-

menten dienen. Die streuenden Festigkeitseigenschaften der statistischen Einheiten werden dementsprechend mit Hilfe bekannter mathematischer Transformationen aus Pseudozufallszahlen gewonnen. Nach Durchführung einer größeren Anzahl von Berechnungen lassen sich hieraus Schlüsse auf die Bruchwahrscheinlichkeit des betreffenden Körpers ziehen.

Da die Anzahl der durchzuführenden Simulationen mit dem Quadrat der vorgegebenen Fehlerschranke wächst, wäre der Rechenaufwand z.B. für Sicherheitsbetrachtungen an einem komplizierten mechanischen Modell kaum zu bewältigen. Im vorliegenden Fall interessieren jedoch vor allem die wahrscheinlichsten Werte der Festigkeiten und nicht kleine Fraktilen, da es sich in erster Linie um Vergleiche verschiedenartig beanspruchter Körper untereinander handelt. Die Anzahl der durchzuführenden Simulationen kann unter Berücksichtigung dieser Tatsache auf ein erträgliches Maß herabgesetzt werden.

Die Erzeugung von Pseudozufallszahlen erfolgt nach bekannten Kongruenzmethoden (vgl. HAMMERSLEY u. HANDSCOMB [50]) in rechnereigenen Unterprogrammen. Ihre Transformation in normalverteilte Größen mit vorgegebenen Mittelwerten β_h und Standardabweichungen s wurde wie folgt durchgeführt (vgl. z.B. KNAPPE [88]):

$$\bar{E}_h = \left\{ \sum_{i=1}^{12} X_i - 6 \right\} \cdot s + \beta_h$$

wobei X_i gleichverteilte Pseudozufallszahlen im Bereich $| 0,1 |$ und \bar{E}_h die gesuchte normalverteilte Zufallsgröße sind.

In den in Abschnitt 4.3 näher erörterten Berechnungen wird von einem Mittelwert der Haftfestigkeit $\beta_h = 25,0 \text{ kp/cm}^2$ und einer Standardabweichung $s = 5,0 \text{ kp/cm}^2$ - entspricht einem Variationskoeffizienten von $v = 0,2$ - ausgegangen. Der Mittelwert dient bei den Berechnungen nur als Bezugswert, da der direkte Zusammenhang zwischen Haftfestigkeit und Zugfestigkeit nicht interessiert; statt $25,0 \text{ kp/cm}^2$ hätte ein beliebiger Wert angenommen werden können. Vielmehr wird der Ausgang der Simulationsversuche durch die Größenordnung der zum Mittelwert gehörenden Streuung beeinflusst. Hierbei konnte auf zahlreiche Versuche von ALEXANDER et al. [4] bzw. HSU et al. [67] zurückgegriffen werden. Ein Variationskoeffizient von $v = 0,2$ ist nach diesen Ergebnissen ein mittlerer, keinesfalls übertrieben hoch angesetzter Wert.

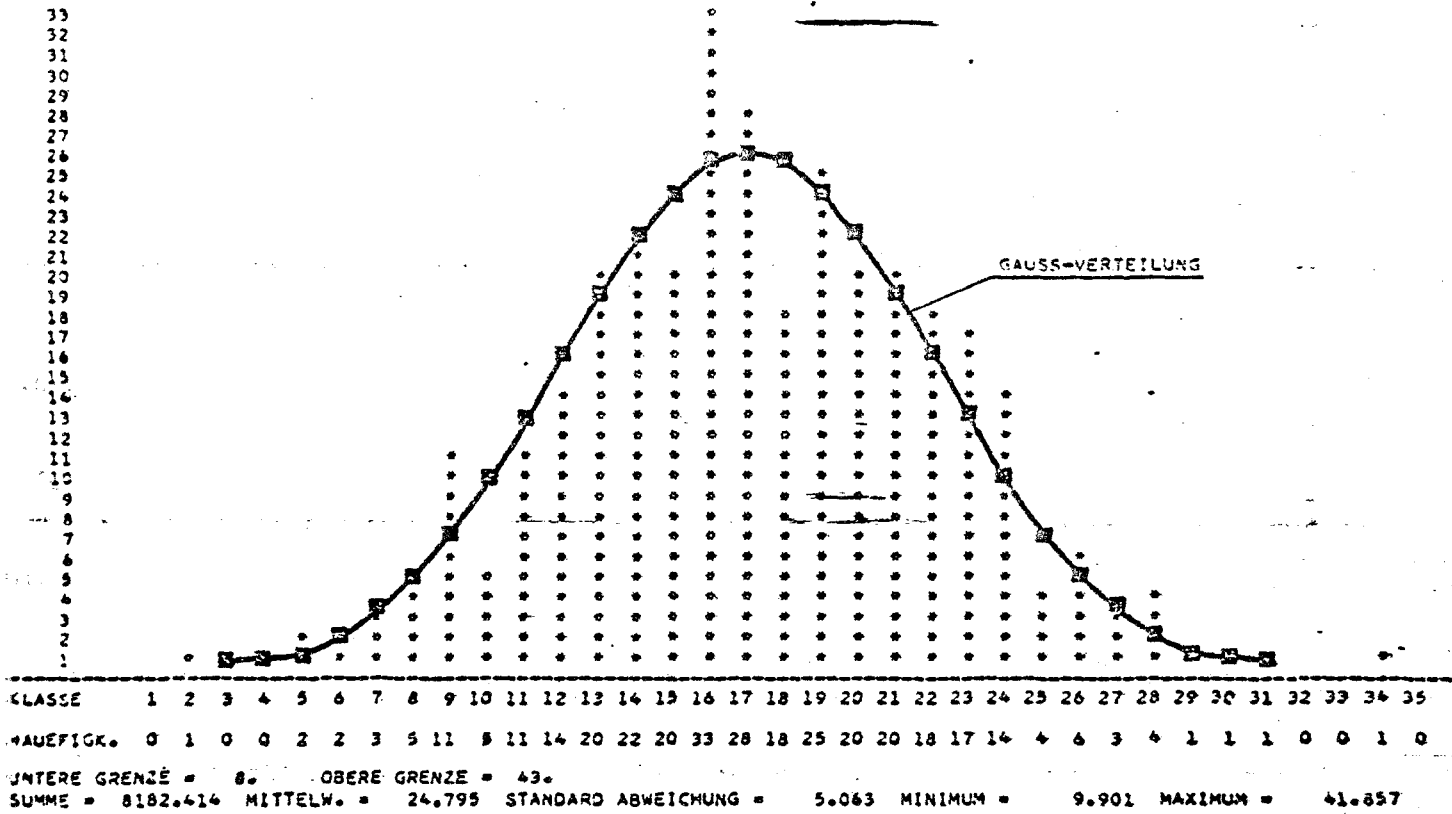


Bild 4.1

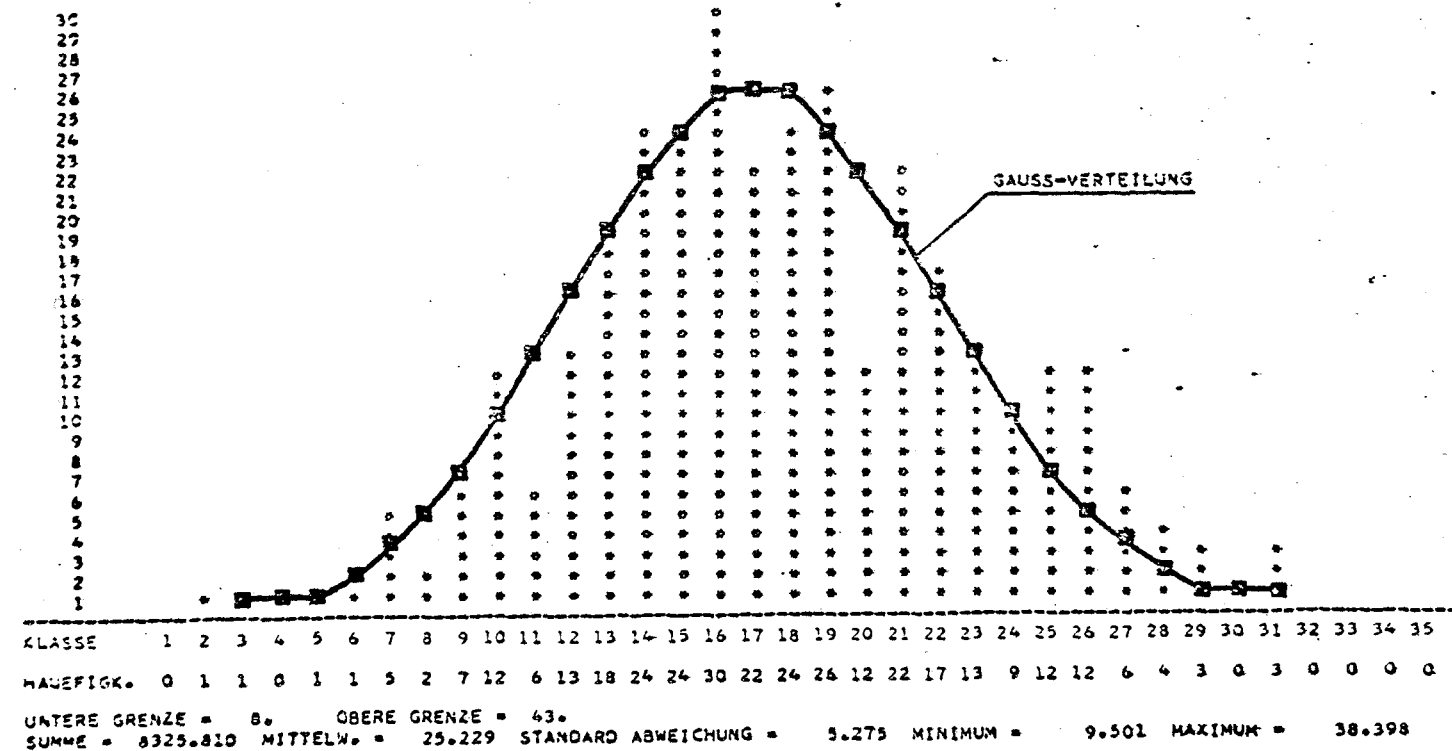


Bild 4.2

Die mit diesen Parametern in der beschriebenen Weise gewonnenen normalverteilten Zahlen sind in den Bildern 4.1 und 4.2 für eine Grundgesamtheit von $n = 330$, in Bild 4.3 für $n = 2500$ in Histogrammen dargestellt. Die kleineren Zahlenmengen entsprechen dabei der Anzahl der RVE in einem Versuchskörper des Types "B" (vgl. Bild 4.8). In allen Histogrammen beginnen die Klassenintervalle bei einer Festigkeit von $8,0 \text{ kp/cm}^2$ und enden bei $43,0 \text{ kp/cm}^2$ ("untere" und "obere Grenze" in den Bildern). Die für $\beta_h = 25,0$ und $s = 5,0 \text{ kp/cm}^2$ geltenden Gauss-Verteilungen sind mit voll ausgezogener Linie darstellt.

JEDER • STELLT 5 PUNKTE DAR

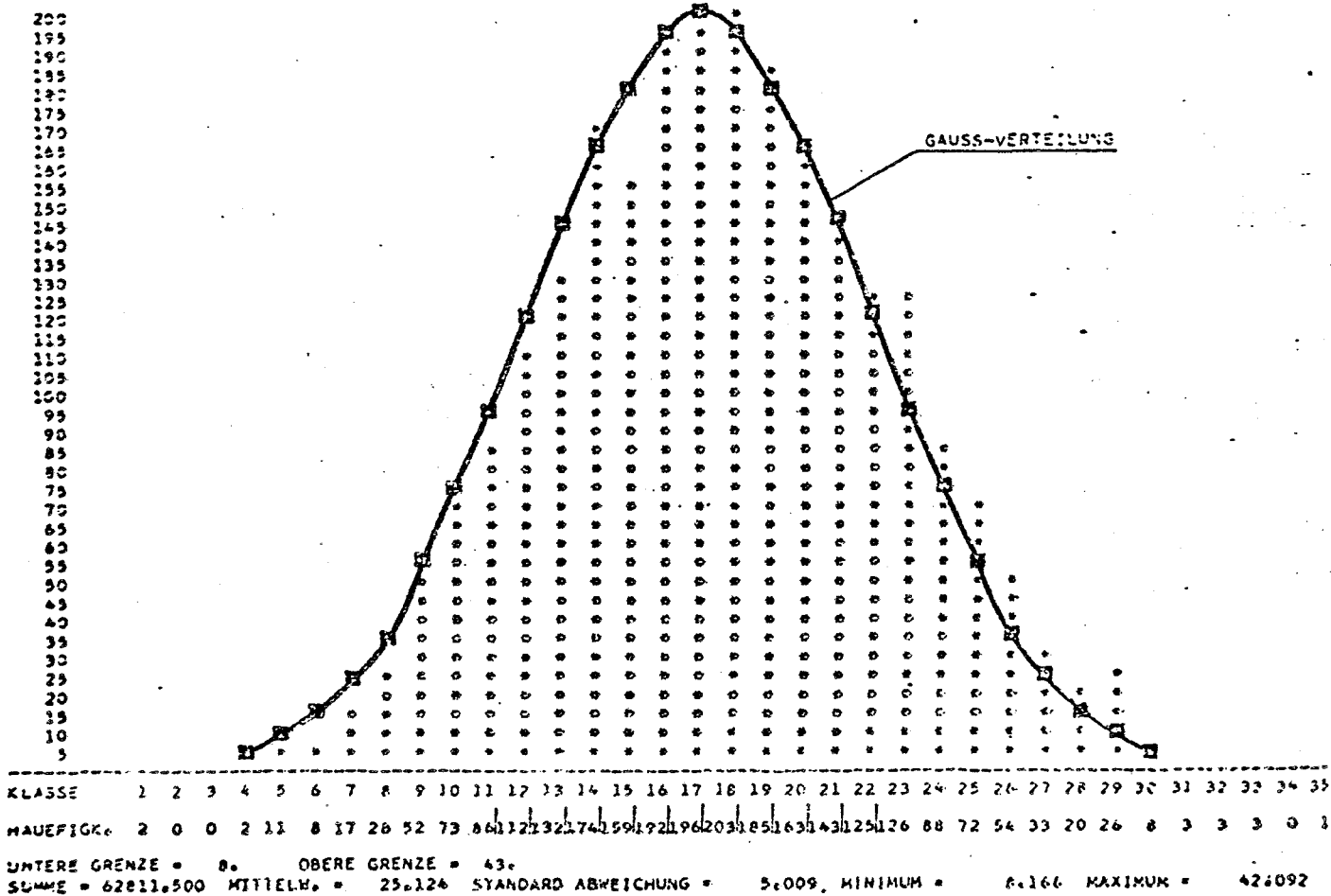


Bild 4.3

4.2.2. Finites Element-Modell

Die Berechnungen wurden mit der finiten Element-Methode (FEM) durchgeführt. Die der Problemstellung entsprechend gewählte Deformationsmethode kann als ein spezielles Ritz-Verfahren für Unterbereiche aufgefaßt werden. Auf eine eingehende Beschreibung der Grundlagen dieser Methode wird in Anbetracht der in jüngster Zeit erschienenen zahlreichen Publikationen, darunter auch zusammenfassender Arbeiten wie ZIENKIEWICZ [152] usw. verzichtet; nur die wesentlichen Schritte der Berechnung werden kurz erörtert.

Eine Anwendung der Deformationsmethode für beliebige, ebene oder räumliche Bereiche verlangt zunächst die Einteilung des Bereiches in geeignete Unterbereiche, Elemente. Im vorliegenden Falle ist das mechanische Modell des Systems ein auf Normalkraft und einachsige Biegung beanspruchter Balken mit mindestens einfach - symmetrischem Querschnitt. Die Unterbereiche bzw. Elemente entstehen, indem der Balken entlang seiner Längsachse in Abschnitte der Länge l_i eingeteilt wird (Bild 4.4).

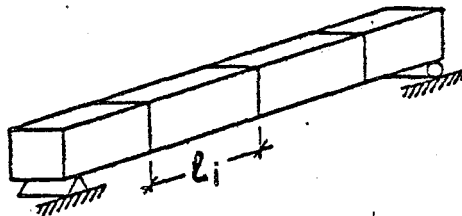


Bild 4.4

Sodann werden die Kraft-Verformungszusammenhänge für die Einzelelemente gesucht. Hierfür werden Ansatzfunktionen für die Verschiebungen gewählt, ihre Freiwerte durch die Verschiebungskomponenten in diskreten Punkten - Knotenpunkten - des Elementes ausgedrückt und die gesuchte Beziehung zwischen den Knotenlasten und den Knotenverschiebungen durch die Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen hergestellt. Die in dieser Weise erzielte Elementsteifigkeit erfüllt die Gleichgewichtsbedingungen "im kleinen".

Die Verschiebungsfunktionen eines Balkenelements mit den hier interessierenden Freiheitsgraden sind vollständige Polynome erster - u - bzw. dritter - w - Potenz; beide entsprechen der Lösung der homogenen Differentialgleichung des jeweiligen Balkenproblems. Sie enthalten insgesamt $2 + 4 = 6$ Freiwerte. Da der Balken ein eindimensionales Element ist, das durch zwei Knotenpunkte an einer in beliebiger Höhenlage gewählten Längsachse definiert werden kann, wird das vorliegende Balkenelement je zwei Verschiebungs- und je eine Verdrehungsgröße - insgesamt 6 Größen - als Knotenparameter enthalten (Bild 4.5).

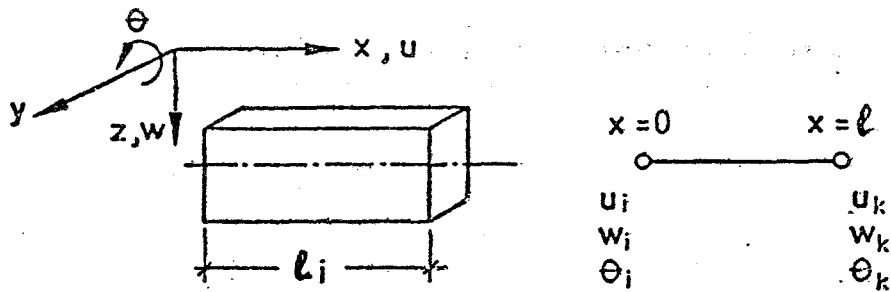


Bild 4.5

Die einzelnen Schritte zur Herleitung der Elementsteifigkeit sind im Anhang zusammengestellt. Der vorliegenden Problemstellung entsprechend mußte dabei berücksichtigt werden, daß die zu untersuchenden prismatischen Prüfkörper nicht nur in Längsrichtung, sondern auch über die Querschnittshöhe aus repräsentativen Volumeneinheiten (RVE) mit unterschiedlichen Festigkeitseigenschaften bestehen. Aus diesem Grunde wird der Balkenquerschnitt über die Höhe in n -Streifen eingeteilt und die Integration der Elementsteifigkeit numerisch unter Beachtung einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt durchgeführt (Bild 4.6). Es ergeben sich hierbei allerdings geschlossene Ausdrücke, falls alle Streifen die gleichen, linearen Spannungs-Dehnungseigenschaften besitzt.

Die Steifigkeit des Gesamtsystems entsteht aus der Summe der Einzelsteifigkeiten und stellt einen linearen Zusammenhang zwischen den unbekannten Knotenverschiebungen und den in Knotenpunkten wirkenden äußeren Lasten dar:

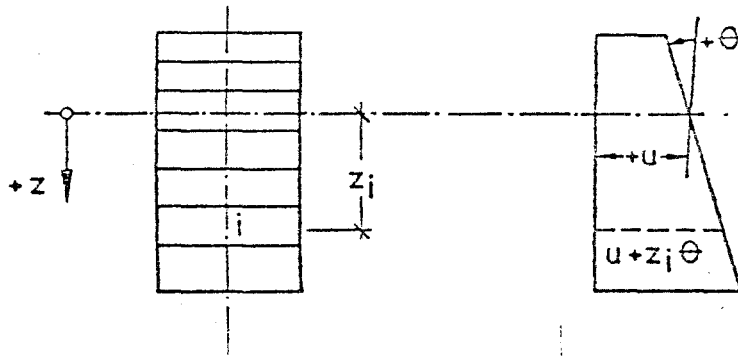
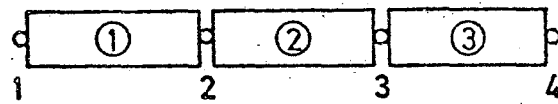
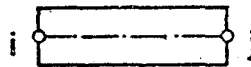


Bild 4.6

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix}$$



* 6 Koeffizienten *

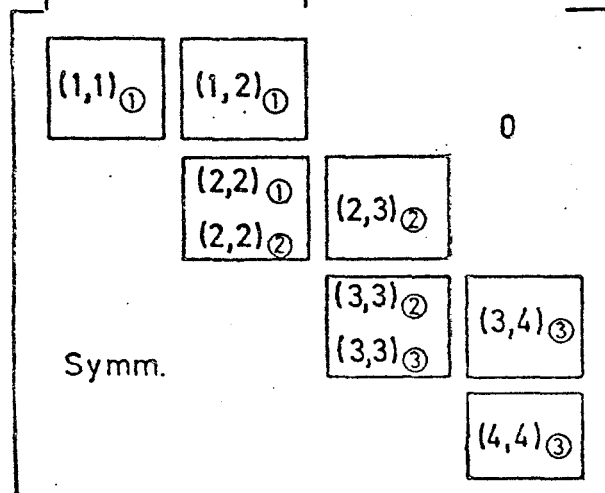


Bild 4.7

$$[K] \{\delta\} = \{F\}$$

$$([K] = \Sigma [k]^e; \{\delta\} = \Sigma \{\delta\}^e; \{F\} = \Sigma \{f\}^e)$$

Im Falle eines Balkens ohne "Verzweigungen" (Bild 4.4) entsteht beim Aufsummieren der Elementsteifigkeiten eine schmale Bandstruktur (Bild 4.7), die eine günstige Speicherung der globalen Steifigkeitsmatrix $[K]$ ermöglicht.

Die Matrix $[K]$ ist eine mehrfach singuläre Matrix, die erst durch Vorgabe von mindestens so vielen Randbedingungen, die eine Starrkörper-Verschiebung des Gesamtsystems verhindern - hier drei -, regulär wird.

Die Lastseite des linearen Gleichungssystems besteht aus Knotenkräften und Momenten, die im Falle von Streckenlasten aus dem Verschiebungsansatz unter Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen einfach gewonnen werden können.

Die Auflösung des Gleichungssystems erfolgt unter Berücksichtigung der Symmetrie von $[K]$ mit der Cholesky-Methode, wobei die schmale Bandbreite günstig ausgenutzt werden kann.

In Kenntnis der unbekannten Knotenverschiebungen können auch die Beanspruchungsgrößen in jedem Element ermittelt werden.

Im vorliegenden Falle verläuft nur der erste Schritt der Berechnung nach diesem Schema, in dem die Größe der Erstrißlast gesucht wird. Zu diesem Zweck werden beliebig große, fiktive Lasten in der gewünschten Anordnung aufgebracht und nach einer ersten Lösung in jedem Streifen eines jeden Elements, d.h. in jeder RVE die hieraus resultierenden Dehnungen bzw. Spannungen, den individuellen Festigkeiten gegenübergestellt. Die Erstrißlast wird aus diesen fiktiven Lasten durch Multiplizieren des kleinsten Verhältnisses ($\beta_h / \text{vorh. } \sigma$) gewonnen.

Nachdem jene Last gefunden wurde, die das Versagen mindestens einer RVE verursacht, wird diese in kleinen Schritten weiter gesteigert. In jedem Inkrement werden in jeder RVE die vorhandenen Spannungen den individuellen

Festigkeiten gegenübergestellt und im Falle einer Überschreitung die betreffende RVE - ein Streifen eines Balkenelements - eliminiert. Dies geschieht, indem die bis dorthin gültige Element-Steifigkeitsmatrix aus der globalen Steifigkeitsmatrix subtrahiert und durch eine neue, ohne Anteile des gerissenen Streifens gebildete Matrix ersetzt wird. Im weiteren wird eine fiktive Knotenlastgruppe in den Knotenpunkten des veränderten Elements bestimmt

$$[k_{\text{alt}} - k_{\text{neu}}] \{\delta\}_{\text{alt}} = \{f\}_{\text{fiktiv}}$$

und diese für den nächsten Rechenschritt als äußere Belastung auf das System aufgebracht. Aufgrund linear elastischer Stoffgesetze ist zur Herstellung des Gleichgewichts jeweils nur ein Iterationsschritt erforderlich, wenn infolge einer unter den fiktiven Lasten eingetretenen Lastumlagerung kein weiterer Streifen versagt. Ansonsten müssen die Iterationsschritte wiederholt werden. Die äußere Last wird erst weiter erhöht, wenn Gleichgewicht herrscht.

Für die beschriebene Prozedur wurde ein Rechenprogramm in der Programmiersprache FORTRAN IV entwickelt. Die Berechnungen wurden an einer IBM 1130 - bzw. einer ICL 1906S-Anlage durchgeführt.

4.3, Rechenergebnisse

4.3.1, Allgemeines

Die nachfolgend im einzelnen zu erörternden Ergebnisse wurden in Simulationsversuchen an einer Kombination der in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 beschriebenen statistischen und mechanischen Modelle erzielt. Es wurden prismatische Betonkörper im ebenen Spannungszustand untersucht, wobei ein balkenartiges Tragverhalten, gekennzeichnet durch eine lineare Dehnungsverteilung vorausgesetzt wurde.

Als Grundmaß der repräsentativen Volumeneinheiten (RVE) wurde 2 cm gewählt. Diesem Maß dürfte ein Normalbeton mit Größtkorn max D = 39 mm bei mittlerem

bis hohem Zuschlaggehalt entsprechen; eine genauere Beziehung zwischen den Abmessungen der RVE und der tatsächlichen Betonstruktur lässt sich derzeit mangels entsprechender Versuchsdaten nicht herstellen. Da die Berechnungen jedoch Modell-Charakter haben, wird ihre Aussagekraft durch diese Tatsache nicht beeinträchtigt.

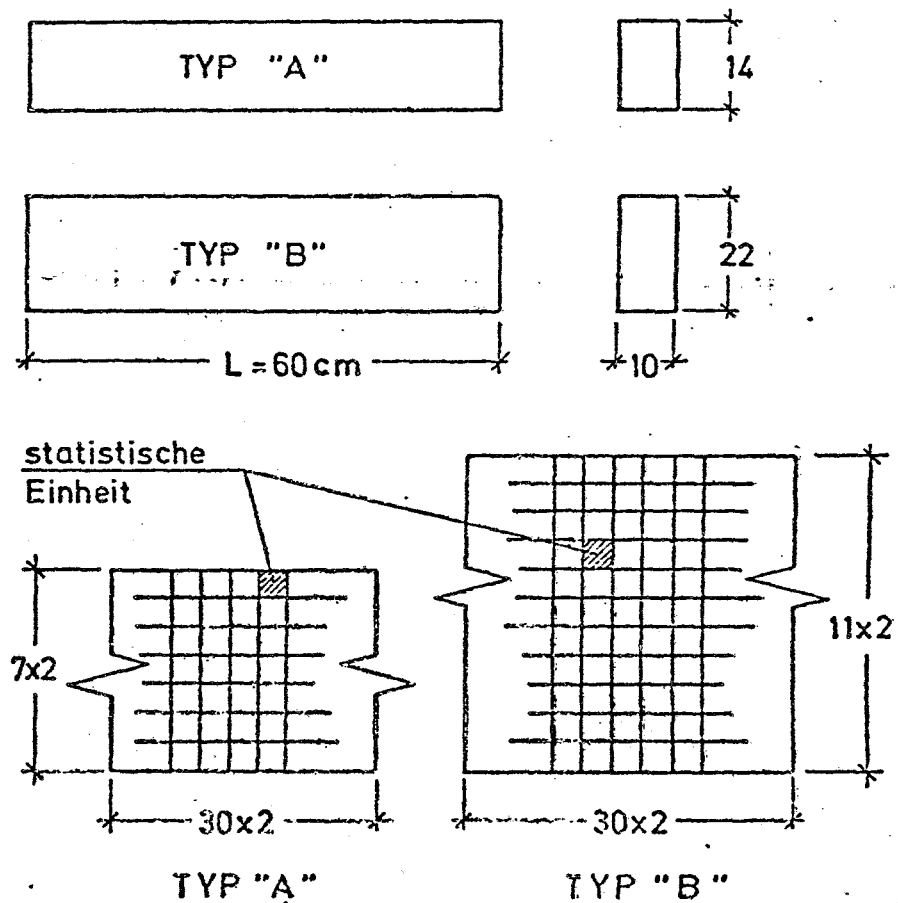


Bild 4.8

Die in Bild 4.8 dargestellten prismatischen Körper wurden für zentrische Zugbeanspruchung sowie für Biegezug mit Drittelpunkt- bzw. Mittelpunktbelastung untersucht. Hierfür wurden die Balken in 30 Elemente und jedes Element in 7 -Typ A- bzw. 11 Streifen -Typ B- eingeteilt. In dieser Weise entsteht insgesamt ein Raster von $2 \times 2 \text{ cm}$, das den Abmessungen der RVE entspricht. Der vorausgesetzte ebene Spannungszustand verlangte keine Rücksicht-

nahme auf die Abmessungen in der dritten Richtung, so daß aus Gründen der Vereinfachung eine Balkenbreite von 10 cm gewählt wurde. Im statistischen Modell und daher auch in den späteren Diskussionen muß jedoch davon ausgegangen werden, daß in dieser Richtung ebenfalls das Grundmaß einer RVE vorhanden ist.

Es wurden zwei Serien von Simulationsversuchen durchgerechnet. In einer ersten Serie wurden je 10 Körper beiden Typs für alle drei Lastfälle untersucht. Eine zweite Serie bestand aus 31 Prüfkörpern des Types B ($d = 22$ cm) für alle drei Lastfälle und diente einer weiteren Sicherung der Ergebnisse.

Da die Erzeugung der Pseudozufallszahlen an beiden benutzten Rechenanlagen in ähnlicher Weise, reproduzierbar geschieht, konnte ein und derselbe Körper stets in allen Lastfällen geprüft und hieraus im Experiment sonst nicht mögliche Vergleiche gezogen werden.

4.3.2. Zentrische Zugversuche

Die Ergebnisse von insgesamt $10 + 31 = 41$ Simulationsversuchen mit zentrischer Zugbeanspruchung an den Probekörpern des Types B ($d = 22$ cm) sind im Histogramm von Bild 4.9 dargestellt. Der Mittelwert aller Versuche beträgt $\beta_z = 14,22 \text{ kp/cm}^2$. Der Mittelwert der ersten, kleineren Serie an nur 10 Probekörpern liegt nahe an diesem Wert: $\beta_z = 14,30 \text{ kp/cm}^2$.

An den Prüfkörpern des Types A wurden nur 10 Versuche durchgeführt. Diese ergeben im Mittel $\beta_z = 13,80 \text{ kp/cm}^2$, d.h. einen niedrigeren Wert als die Zugfestigkeit der größeren Prüfkörper.

Alle Probekörper beides Types wurden auch am mechanischen Modell eines Bündels bestehend aus 7 bzw. 11 Strängen untersucht. Nach diesen Annahmen ergibt sich die Festigkeit eines homogen beanspruchten Bündels bestehend aus n -Strängen bei jener Last N , bei welcher alle noch nicht gerissenen Stränge $k \leq n$ gerade in der Lage sind, den auf sie entfallenden Lastanteile N/k zu tragen. Um diese Last zu finden, werden die kleinsten Festigkeiten der einzelnen Stränge in abnehmender Reihenfolge aufgestellt und jeder Wert mit seiner Ordnungszahl multipliziert. Die Festigkeit des Bündels ist gleich der Festigkeit jenes Stranges, die zum größten Produkt führt.

Versuchskörper Typ "B" (d = 22 cm)

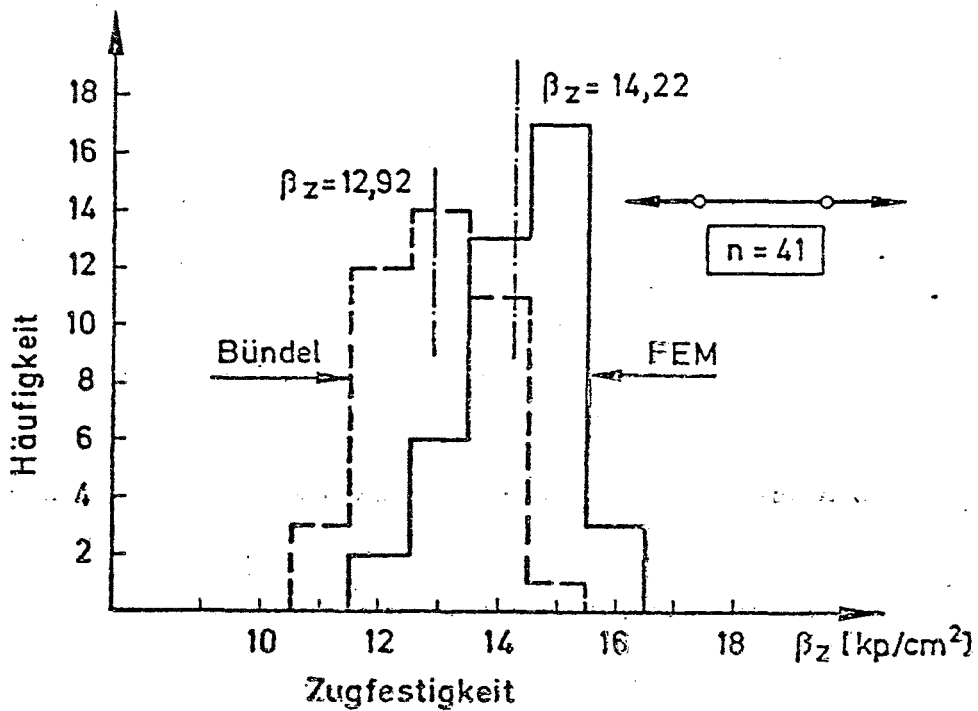


Bild 4.9

Das Histogramm der an diesem Modell gewonnenen Ergebnisse für die Prüfkörper des Types B (d = 22 cm) ist ebenfalls in Bild 4.9 dargestellt; der Mittelwert der Zugfestigkeit liegt am Bündel-Modell bei $\beta_z = 12,92 \text{ kp/cm}^2$. Nicht so groß fällt der Unterschied bei den kleineren Prüfkörpern mit d = 14 cm aus. Hier führt das Bündel-Modell auf $\beta_z = 13,55 \text{ kp/cm}^2$. Besonders beachtenswert erscheint hierbei, daß die Festigkeiten des Bündels in 4 von 10 Fällen höher als die nach FEM ermittelten liegen. Solche Abweichungen sind bei den Prüfkörpern des Types B aus n = 41 Fällen nur 3-mal zu verzeichnen.

Wählt man als Versagenskriterium die Überschreitung der Festigkeit der schwächsten statistischen Einheit, was einer "weakest link" - Annahme gleichkommt, würden sich die entsprechenden Zugfestigkeiten zu $\beta_z = 11,1$ - Typ B - und $\beta_z = 11,5 \text{ kp/cm}^2$ - Typ A - ergeben. Diese Werte sind die wahrscheinlichsten Kleinstwerte einer normalverteilten Grundgesamtheit von n = 330 - Typ B - bzw. n = 220 - Typ A - .

Last - Verformungsdiagramme
Serie A, 10/14cm

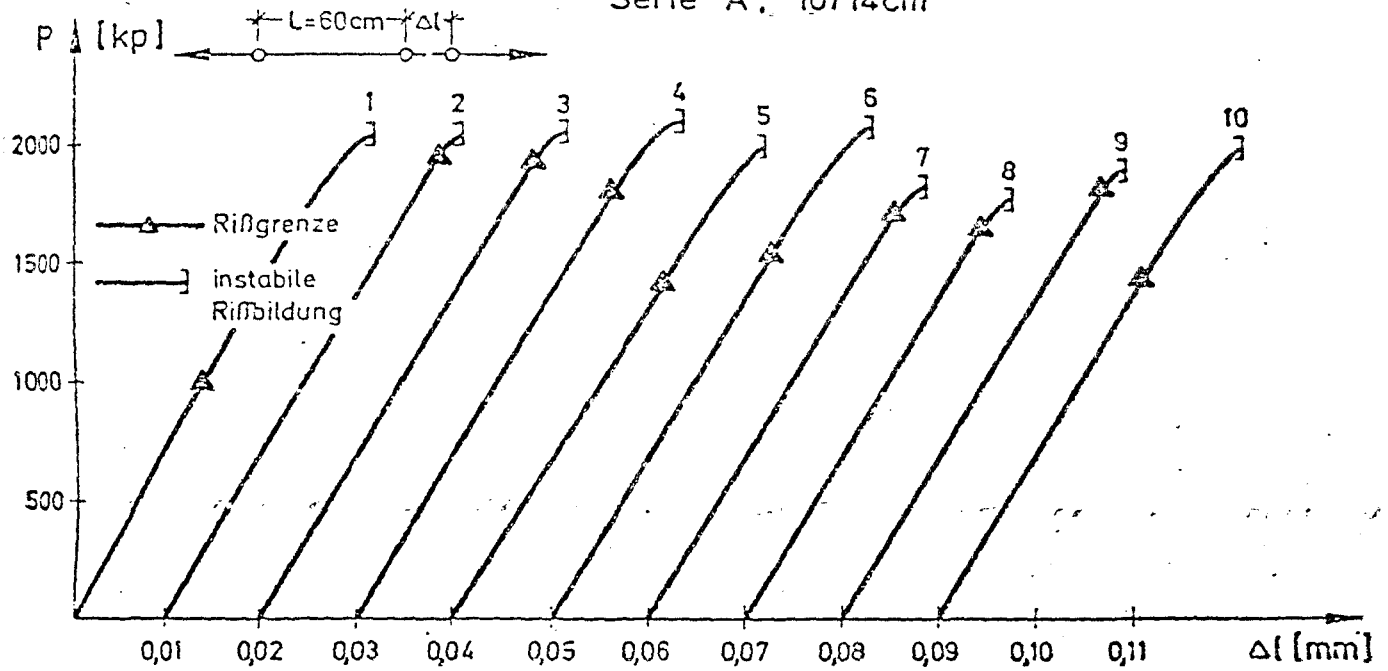


Bild 4.10

Last - Verformungsdiagramme
Serie B, 10/22cm

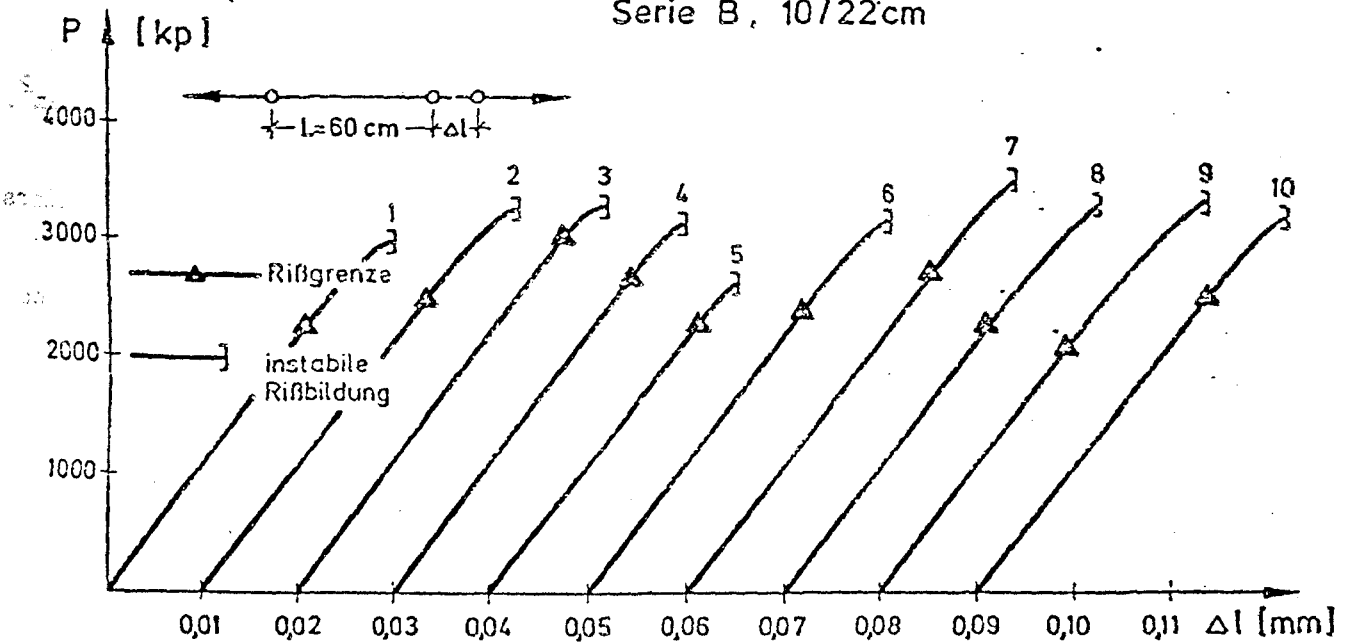


Bild 4.11

Die Kraft-Verformungsdiagramme der ersten Serie - je 10 Simulationsversuche für beide Prüfkörpertypen sind in Bild 4.10 und 4.11 dargestellt. Die zugehörigen Reiß- bzw. Bruchbilder der Versuchskörper sind den Bildern 4.19 - 20 zu entnehmen. Die mehr oder weniger ausgeprägte Nichtlinearität der Kraft-Verformungslinien resultiert aus der Verringerung der Steifigkeit der Prüfkörper infolge eines allmählichen Versagens einzelner RVE.

In $n = 31$ Simulationsversuchen der zweiten Serie wurden die Prüfkörper des Types B ($d = 22$ cm) auch unter veränderten Randbedingungen, nämlich bei einer Einspannung der Endquerschnitte untersucht. Durch diese Bedingung sollte erreicht werden, daß die mittlere Dehnung entlang der Längsränder trotz eines langsamen und zufälligen Versagens einzelner RVE infolge des geweckten Einspannmomentes gleich groß bleibt. Wie in Abschnitt 2.2.1 berichtet, führte man in einer entsprechenden Versuchsanordnung an der TU München Zugversuche durch, wobei man die Zentrierung der äußeren Zugkraft in Abhängigkeit von den aktuellen Dehnmeßwerten kontinuierlich nachstellte.

Wie bereits bei der Diskussion der Versuche erwähnt, erscheint diese Maßnahme zufälligen Charakters, was die Simulationsversuche bestätigen. In 20 Fällen kann kein Unterschied zwischen den Tragfähigkeiten gelenkiger und eingespannter Prüfkörper gefunden werden. In 7 Fällen führt die Einspannung zu einer Festigkeitssteigerung, in 4 Fällen zu einer Verringerung der Festigkeit, beidesmal bleiben die Abweichungen ≤ 5 %. Der Mittelwert aller eingespannt geprüften Körper ist auf 4 Stellen genau dem der gelenkig gelagerten gleich.

4.3.3. Biegezugversuche

Für beide Lastfälle wurden an Prüfkörpern des Types B ($d = 22$ cm) insgesamt $n = 10 + 31 = 41$ Versuche durchgeführt. Die entsprechenden Histogramme sind in Bild 4.12 dargestellt. Die Mittelwerte der Biegezugfestigkeiten betragen bei Mittelpunkbelastung $\beta_{bz} = 24,44$ kp/cm² und bei Drittelpunkbelastung $\beta_{bz} = 21,54$ kp/cm². Die Ergebnisse der ersten Serie mit nur $n = 10$ Prüfkörpern liegen geringfügig niedriger bei $\beta_{bz} = 23,14$ bzw. $\beta_{bz} = 20,44$ kp/cm².

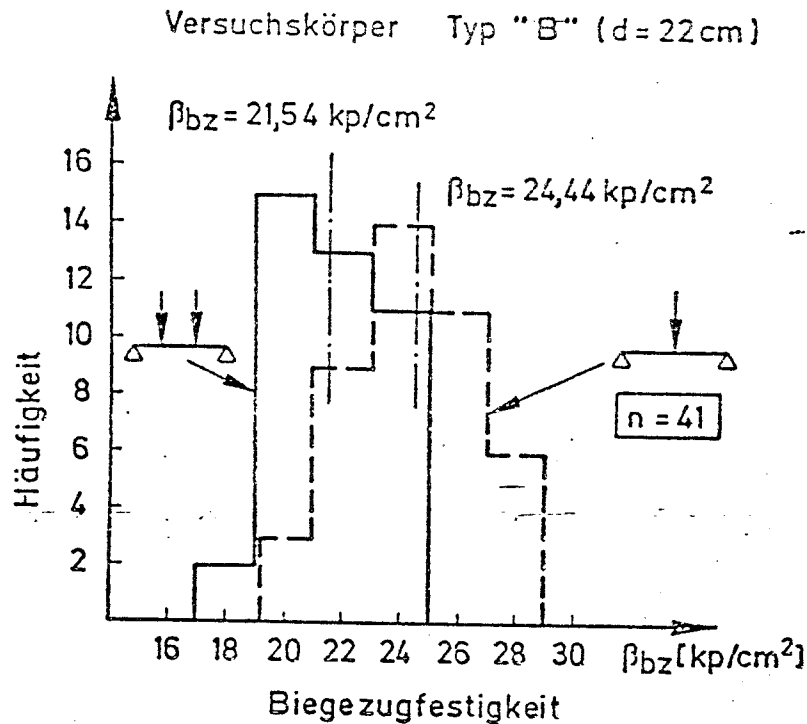


Bild 4.12

Simulationsversuche an den kleineren Prüfkörpern $d = 14 \text{ cm}$ wurden nur in der ersten Serie an $n = 10$ Prüfkörpern durchgeführt. Im Mittelpunkt belastete Prüfkörper erreichen im Mittel $\beta_{bz} = 26,38 \text{ kp/cm}^2$, während die in den Drittelpunkten belasteten nur $\beta_{bz} = 22,77 \text{ kp/cm}^2$

Alle Prüfkörper des Types B ($d = 22 \text{ cm}$) wurden zusätzlich an einem Bündel-Modell untersucht. Um ein entsprechendes Bruchkriterium für den vorliegenden, in Längs- wie in Höhenrichtung linear veränderlichen Beanspruchungszustand zu finden, mußten die Ausgangswerte der Festigkeit der RVE entsprechend ihrer Lage in beiden Richtungen linear vergrößert werden. In dieser Weise wurden die Bruchrisiken für alle Elemente gleichgestellt.

Nach einer "weakest link" - Annahme würde die nunmehr bei gleichen Bruchrisiken gefundene niedrigste Festigkeit aller RVE den Bruch des Biegezugkörpers bestimmen. Nach dem Bündel-Modell ist jedoch nach dem Versagen einer RVE die Tragfähigkeit weder des Gesamtsystems noch des Querschnitts erschöpft. Entfernt man die RVE mit der niedrigsten Festigkeit aus dem Modell, lassen sich unter Annahme veränderter Querschnittsabmessungen neue Widerstands-

Versuchskörper Typ "B" (d = 22 cm)

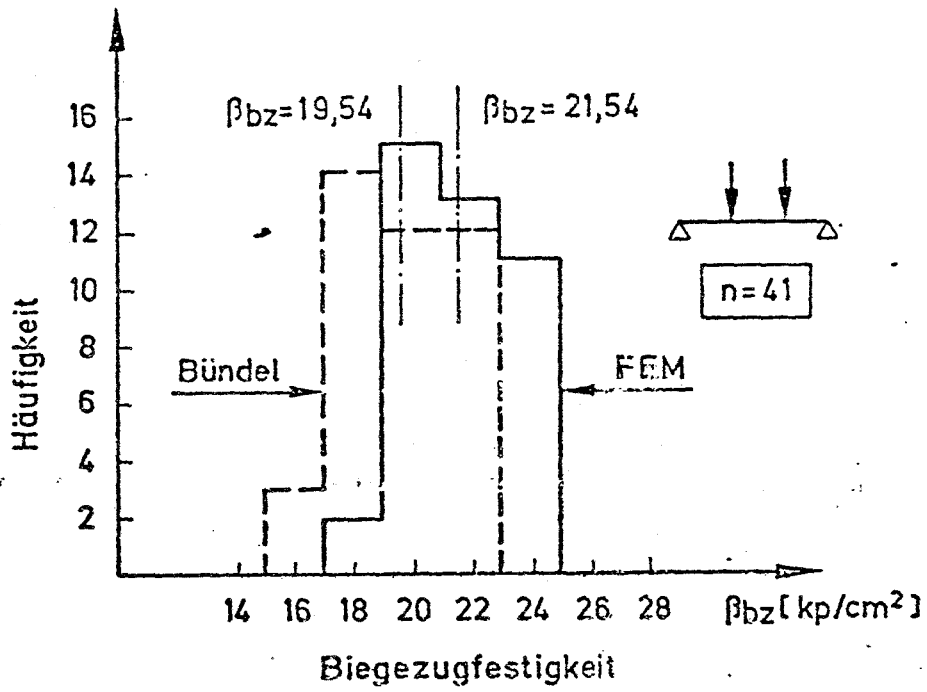


Bild 4.13

Versuchskörper Typ "B" (d = 22 cm)

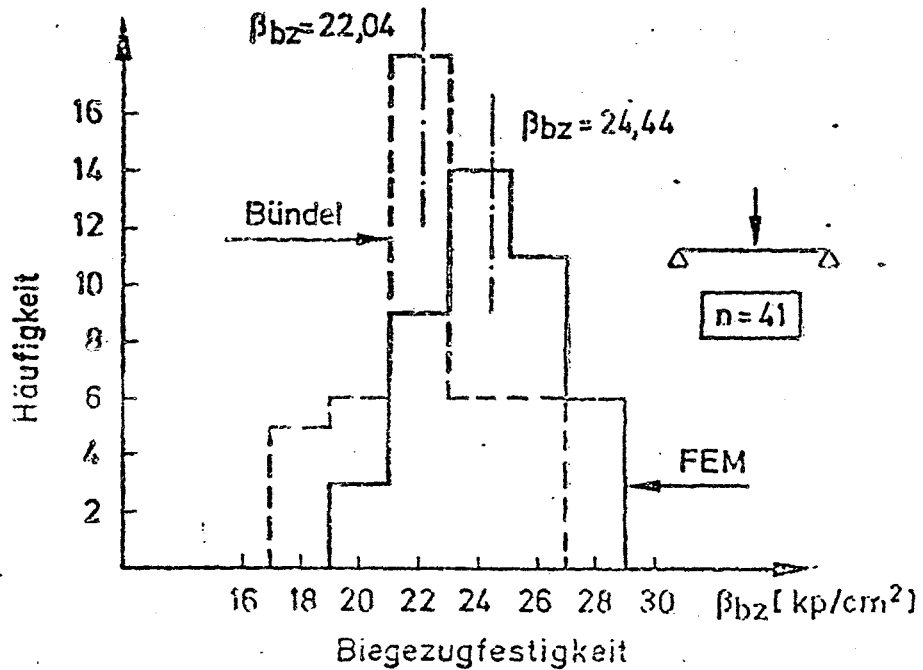


Bild 4.14

momente für alle noch nicht gerissenen Streifen des betreffenden Querschnitts bilden und die Festigkeiten der statistischen Einheiten dieses Querschnitts im Verhältnis der in den Widerstandsmomenten eingetretenen Änderung herabsetzen. Hierdurch werden die Bruchrisiken erneut in allen RVE gleichgestellt. Das Verfahren mit der Entfernung der schwächsten RVE kann solange wiederholt werden, bis der Kleinstwert der Festigkeit im eben erreichten Zustand größer als der des vorangegangenen Zustandes ist.

Das beschriebene Verfahren wurde in Anlehnung an das DANIELS'sche Modell entwickelt. Ähnliche Berechnungen führte auch SCHACK [124] in semianalytischer Form zur Berücksichtigung des Rißfortschritts in der Zugzone von Stahlbetonbalken durch.

Die am Bündel-Modell gewonnenen Ergebnisse sind in den Histogrammen der Bilder 4.13 und 4.14 den Ergebnissen der FEM gegenübergestellt. Die mittleren Biegezugfestigkeiten der Bündel liegen in beiden Lastfällen rd. 10 % niedriger als die nach der FEM.

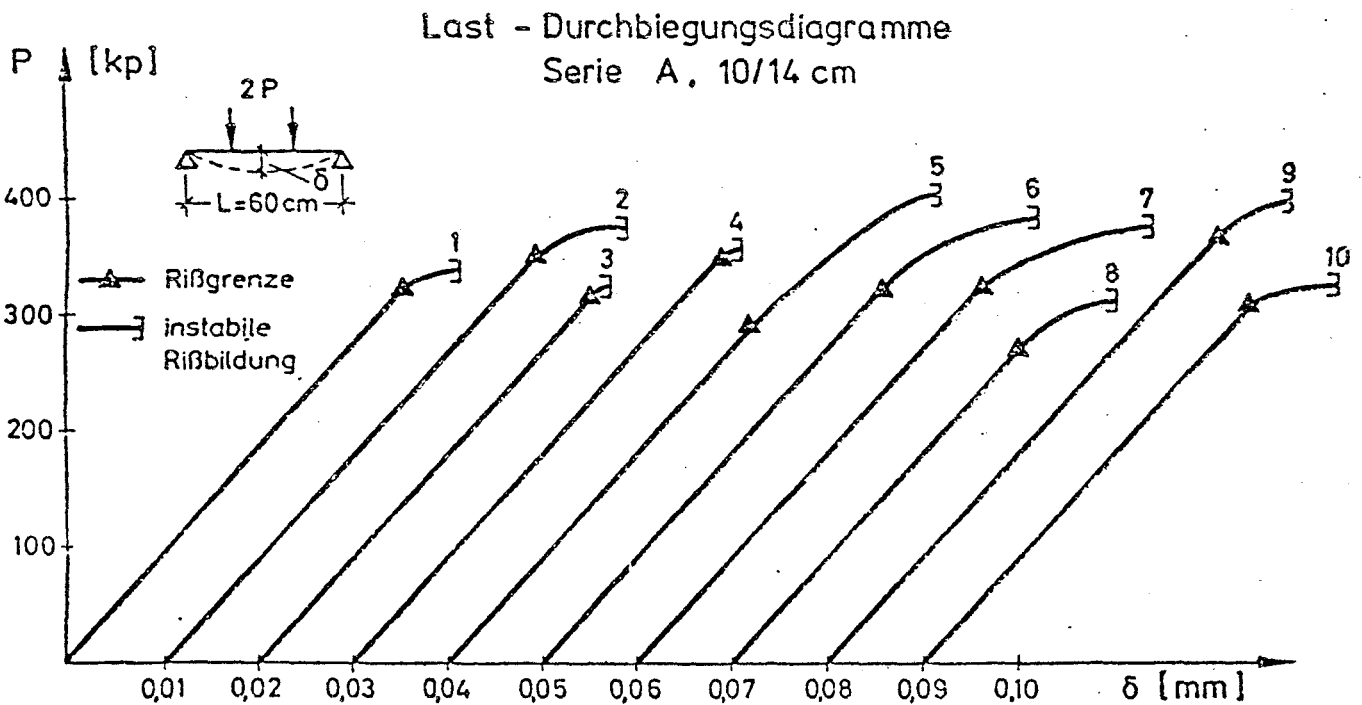


Bild 4.15

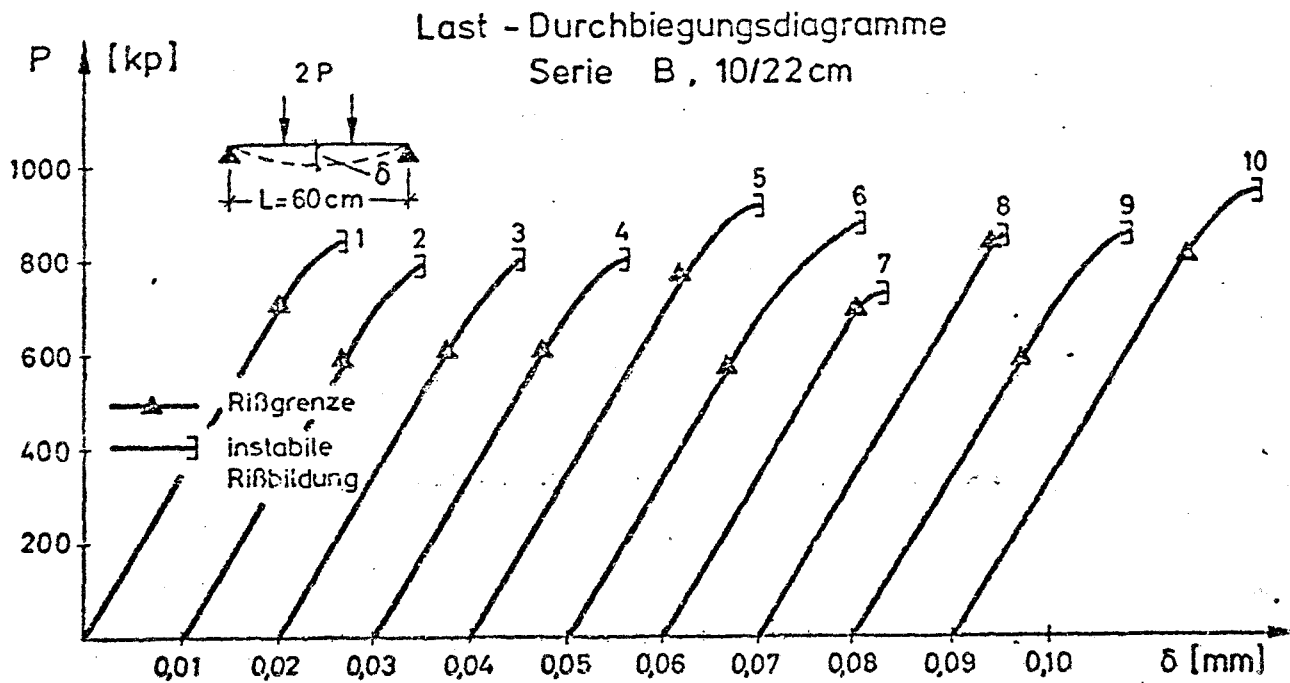


Bild 4.16

Das Verformungsverhalten der ersten Serie ($n = 10$) ist aus den Last-Verformungsdiagrammen in den Bildern 4.15 und 4.16 zu ersehen. Gegenüber den zentrischen Zugversuchen sind stärkere Nichtlinearitäten festzustellen.

In den Bildern 4.17 und 4.18 sind die Dehnungsverteilungen der äußersten Zugfaser aller in den Drittelpunkten belasteten Balken im Bereich des konstanten Biegemomentes dargestellt. Diese Ergebnisse lassen sich unmittelbar mit entsprechenden Versuchsergebnissen (Bild 2.9 bzw. 2.11) vergleichen.

Dehnungsverteilungen in der Zugzone - Drittelpunktbelastung, Serie A

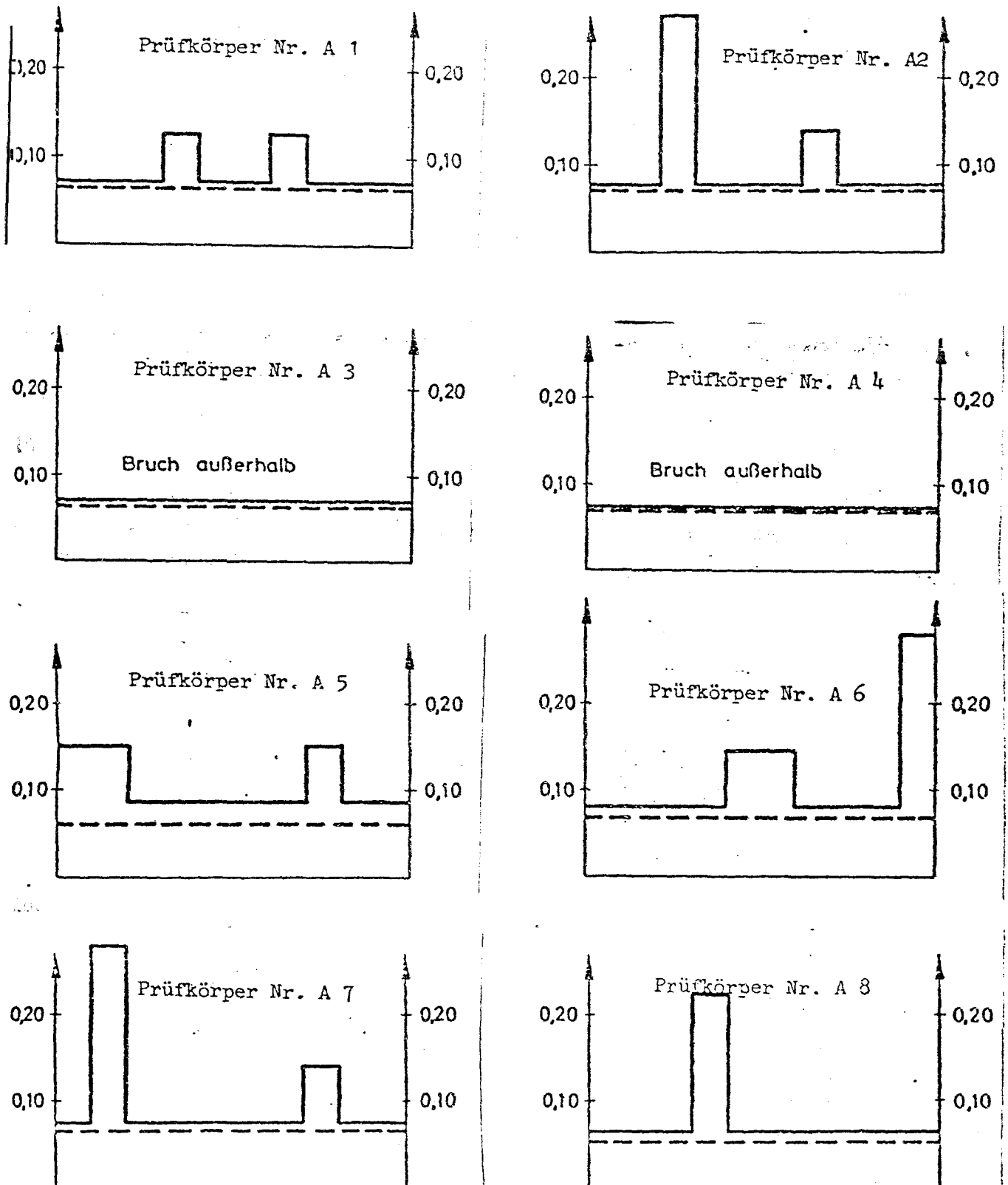


Bild 4.17

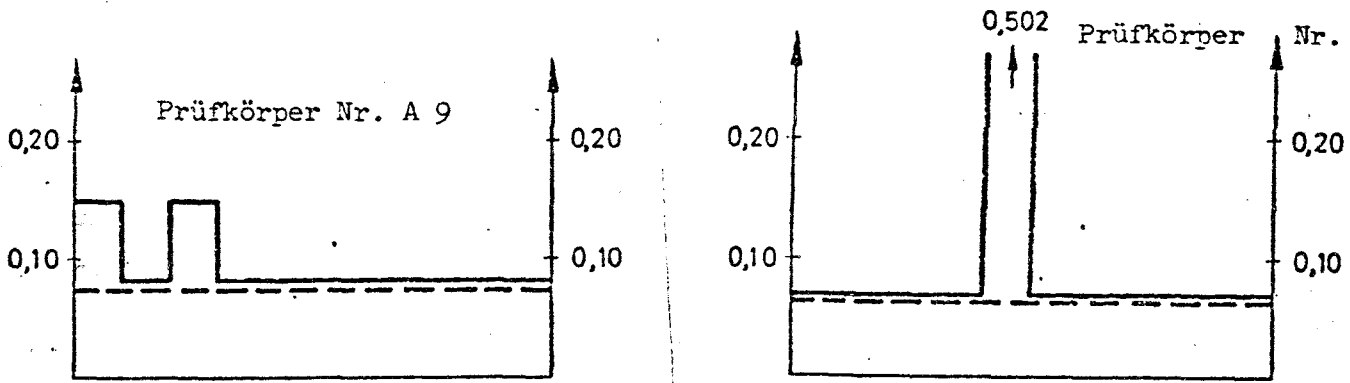


Bild 4.17 (Fortsetzung)

Dehnungsverteilungen in der Zugzone - Drittelpunktbelastung, Serie B

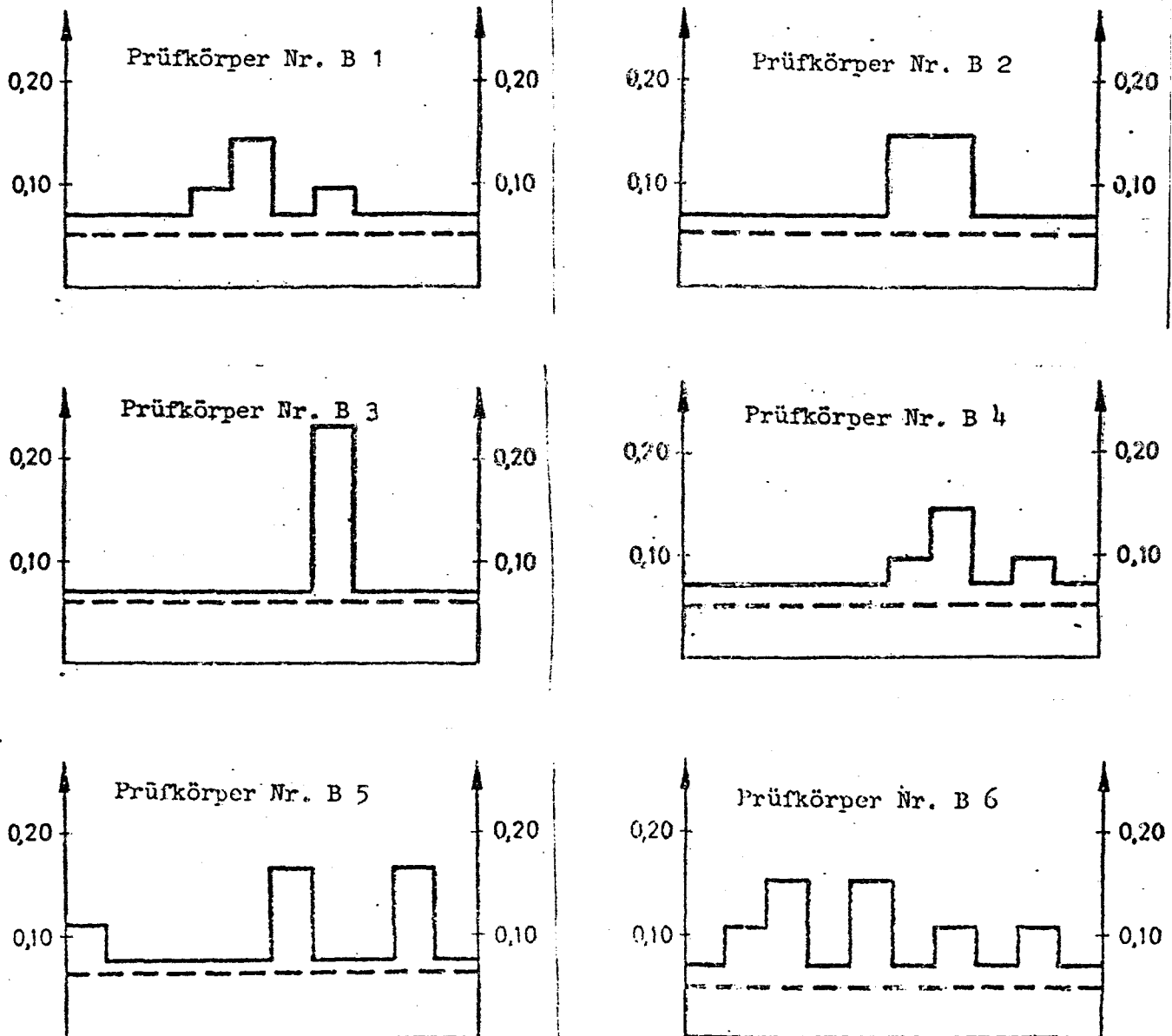


Bild 4.18

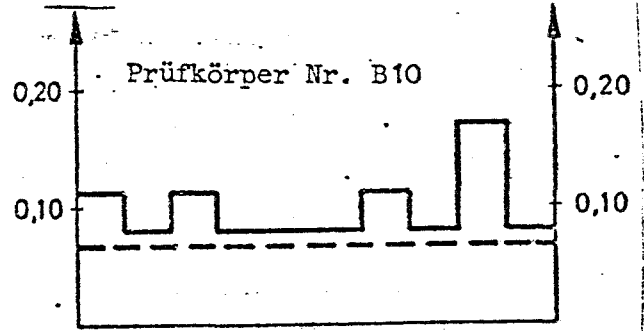
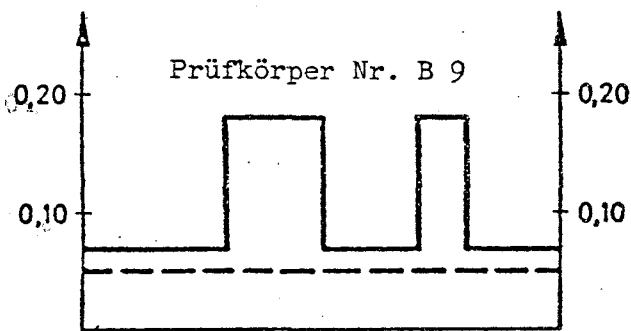
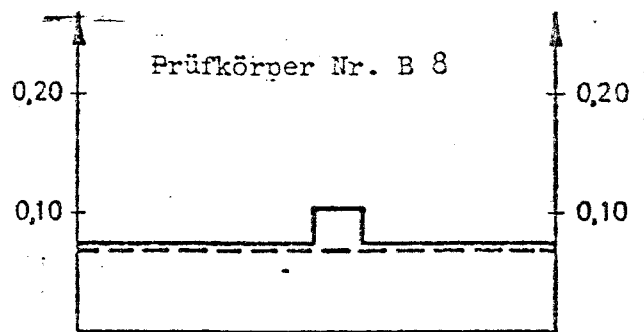
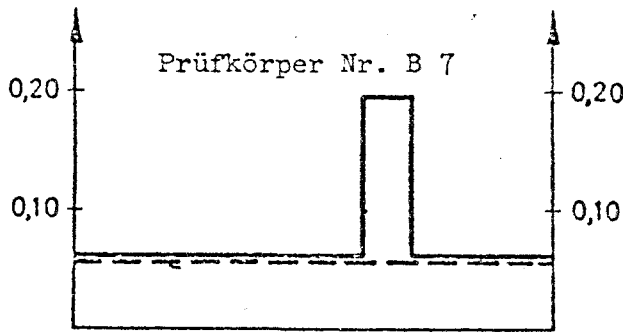


Bild 4.18 (Fortsetzung)

4.4. Diskussion der Ergebnisse

Die in Abschnitt 4.3 beschriebenen rechnerischen Untersuchungen dienten der Erprobung von wirklichkeitsnahen statistischen Festigkeitsmodellen für Beton bei Zugbeanspruchungen. Insbesondere sollte dabei an einem strukturorientierten statistischen Modell, kombiniert mit dem mechanischen Modell eines geschichteten Balkens, der Einfluß der Geometrie und der Spannungsverteilung auf die Zugfestigkeit von Beton studiert werden. Die Herleitung eines direkten Zusammenhanges zwischen den Absolutwerten der Festigkeiten von Probekörpern und den Eigenfestigkeiten der RVE - d.h. der Haftfestigkeit zwischen Zuschlag und Matrix - stand nicht im Vordergrund der Untersuchungen. Unabhängig hiervon ergaben sich einige allgemeine Hinweise auch zu diesen Fragen:

- Die einfache "weakest link" - Annahme erlaubt es nicht, aus der Festigkeit einer kleineren Einheit auf eine größere zu schließen. Wählt man allerdings die kleineren Einheiten an der jeweiligen Materialstruktur orientiert, ist die "weakest link" - Annahme geeignet, den Beginn der inneren Zerstörungen vorherzusagen, da eine diesen Vorgang äußerlich kennzeichnende Nichtliniarität der Kraft-Verformungslinien (vgl. die Bilder 4.10 - 11, 4.15 - 16) tatsächlich mit dem Versagen der ersten statistischen Einheit einsetzt.
- Die Annahme eines Tragverhaltens ähnlich einem mehrsträngigen Bündel führt zu wirklichkeitsnahen Festigkeitsergebnissen, wenn bei der Wahl der Bündelelemente strukturorientierte Einheiten angenommen werden. In solchen Modellen wird, wie Vergleiche mit Ergebnissen der FEM zeigen, das Zusammenwirken der einzelnen RVE bis zum endgültigen Versagen des Körpers zumindest näherungsweise berücksichtigt.
- Das vorliegende mechanische Modell eines geschichteten Balkens ergibt für alle Lastfälle höhere Festigkeiten, weil in diesem Modell Umlagerungen im Beanspruchungszustand zufolge eines fortschreitenden Versagens der einzelnen statistischen Einheiten besser als beim Bündel-Modell berücksichtigt werden. Es ist allerdings zu erwarten, daß die Einführung höherwertiger mechanischer Modelle, die einen ebenen oder räumlichen Spannungszustand wirklichkeitsnah zu beschreiben vermögen, zu einer weiteren Änderung der in der vorliegenden Arbeit unter Zugrundelegung einer linearen Dehnungsverteilung erzielten Festigkeiten führen wird.

Im Vordergrund der Untersuchungen stand ein Vergleich der in unterschiedlichen Beanspruchungszuständen an unterschiedlich großen Probekörpern erzielten Festigkeiten. Aus den in Tabelle 1 zusammengefaßten Ergebnissen sind im einzelnen folgende Tendenzen zu erkennen:

Tabelle 1 - Zusammenstellung aller Rechenergebnisse

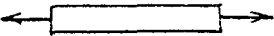


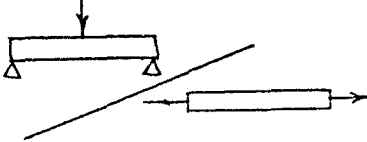
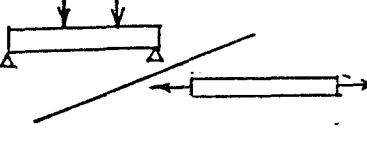
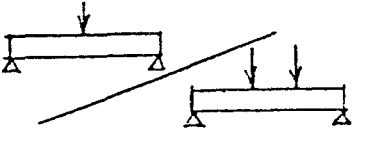
| Versuchsart | Geometrie [cm] | Anzahl | Modell | |
|---|-------------------|--------|------------------------------|---------------------------------|
| | | | FEM [kp/cm ²] | Bündel [kp/cm ²] |
|  β_z | 10/14 | 10 | 13,80 | 13,55 |
| | 10/22 | 41 | 14,22 | 12,92 |
|  β_{bz} | 10/14 | 10 | 26,38 | - |
| | 10/22 | 41 | 24,44 | 22,04 |
|  β_{bz} | 10/14 | 10 | 22,77 | - |
| | 10/22 | 41 | 21,54 | 19,54 |

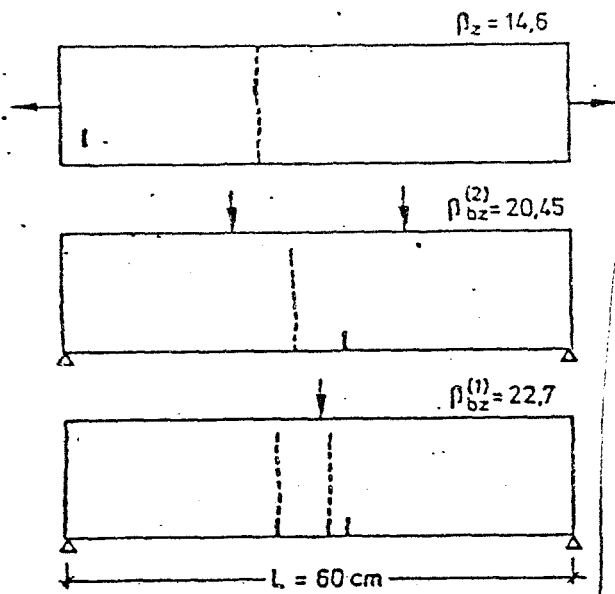
Tabelle 2 - Verhältnis der rechnerischen Zugfestigkeiten

| Verhältnis | Geometrie [cm] | Modell | |
|---|-------------------|--------|--------|
| | | FEM | Bündel |
|  | 10/14 | 1,91 | - |
| | 10/22 | 1,72 | 1,71 |
|  | 10/14 | 1,65 | - |
| | 10/22 | 1,52 | 1,51 |
|  | 10/14 | 1,16 | - |
| | 10/22 | 1,13 | 1,13 |

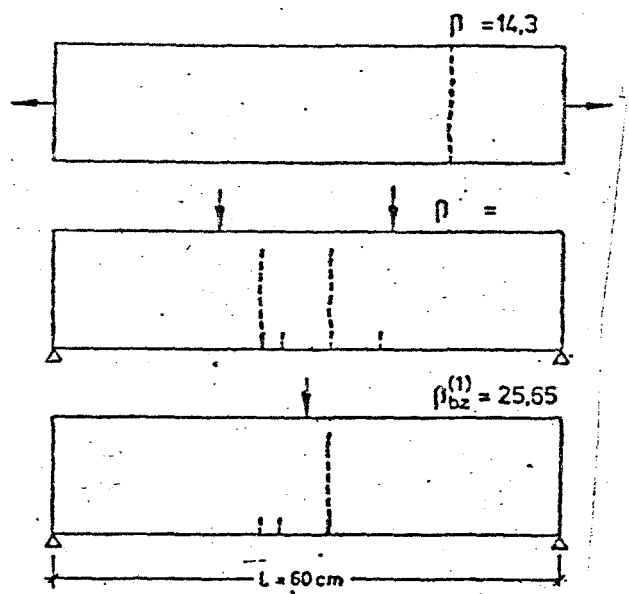
- Es wurde eine verhältnismäßig nur schwache Änderung der geometrischen Abmessungen von $d = 14$ auf $d = 22$ cm geprüft. Während die Biegezugfestigkeiten infolge einer Erhöhung der Querschnittsabmessungen um rd. 10 % verringert werden, ergeben die zentrischen Zugversuche mit der FEM eine umgekehrte Tendenz. In Anbetracht der geringen Anzahl der Simulationsversuche an den kleineren Prüfkörpern, läßt sich dieser Umstand nicht werten. Eine experimentelle Kontrolle der Ergebnisse ist ebenfalls nicht möglich, da die einzig bekannten Versuche von KOMLOS [90] sowohl eine hier festgestellte als auch eine entgegengesetzte Tendenz zeigen.
- Die hier hauptsächlich interessierenden Verhältnisse zwischen den Biegezugfestigkeiten und den zentrischen Zugfestigkeiten liegen in einer durch Versuche gut belegten Größenordnung. Zum besseren Überblick sind diese Werte in Tabelle 2 zusammengestellt.
- Ebenso entsprechen die rd. 13 % bzw. 16 % höheren Biegezugfestigkeiten eines durch mittige Einzellast belasteten Biegebalkens gegenüber eines in den Drittelpunkten belasteten den bekannten Versuchsergebnissen.

Das Riß- und Verformungsverhalten der Probekörper in den Simulationsversuchen kann als wirklichkeitsnah bezeichnet werden. Die Bilder 4.19 und 4.20 zeigen die Mikrorißbilder und den Bruchriß aller in der ersten Serie berechneten Körper. Die Ergebnisse bestätigen, daß ein nichtlineares Verhalten zugbeanspruchter Körper auch unter der Bedingung vollkommen linear-elastischen Verhaltens der Strukturelemente entsteht. Es ist ausschließlich auf eine langsame Zerstörung der inneren Bindungen und eine hierdurch bedingte Verringerung der Steifigkeiten zurückzuführen. Auch ein weiteres äußeres Merkmal dieses Verhaltens, nämlich die überproportionale Vergrößerung der mittleren Dehnungen in der Zugfaser eines Biegezugbalkens kann am Modell ähnlich wie im Experiment als Folge von langsamen Zerstörungen registriert werden. Aus diesen Beobachtungen darf gefolgert werden, daß aus einer nichtlinearen Kraft-Verformungslinie eines zugbeanspruchten Körpers noch nicht auf eine nichtlineare Spannungs-Dehnungslinie des Materials geschlossen werden darf.

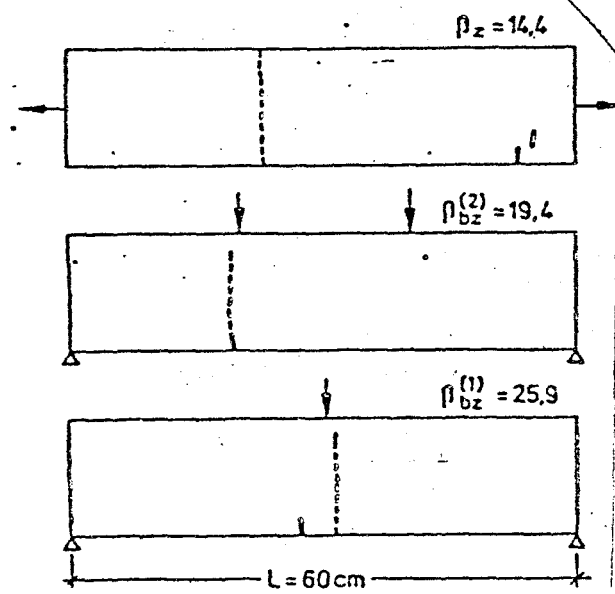
Probekörper Nr. A1, 10/14 cm



Probekörper Nr. A2, 10/14 cm



Probekörper Nr. A3, 10/14 cm



Probekörper Nr. A4, 10/14 cm

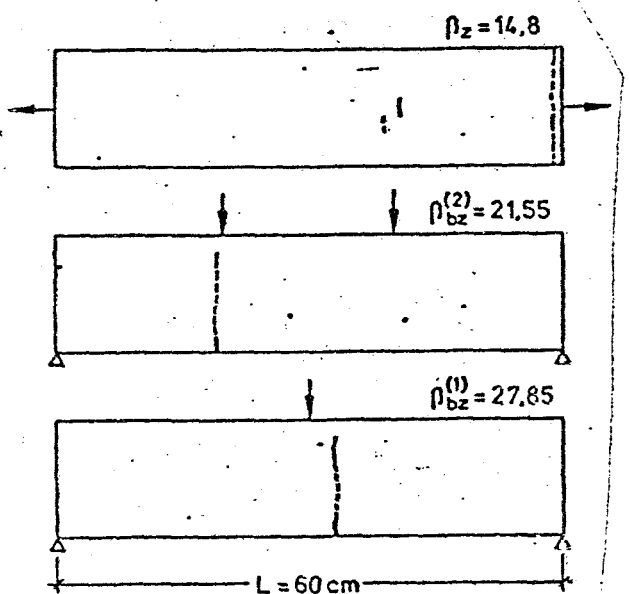


Bild 4.19

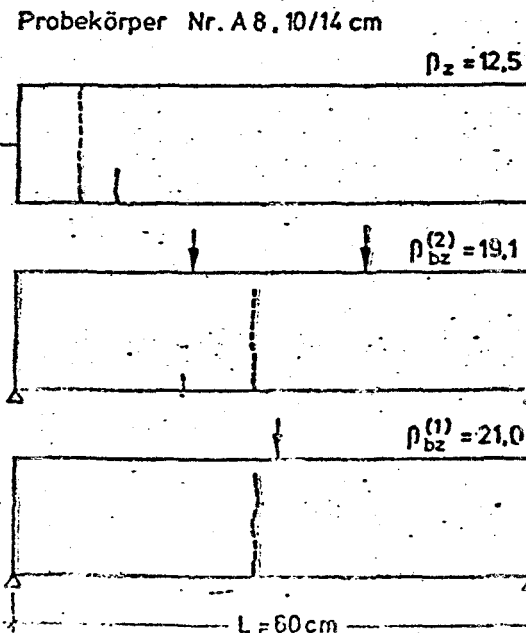
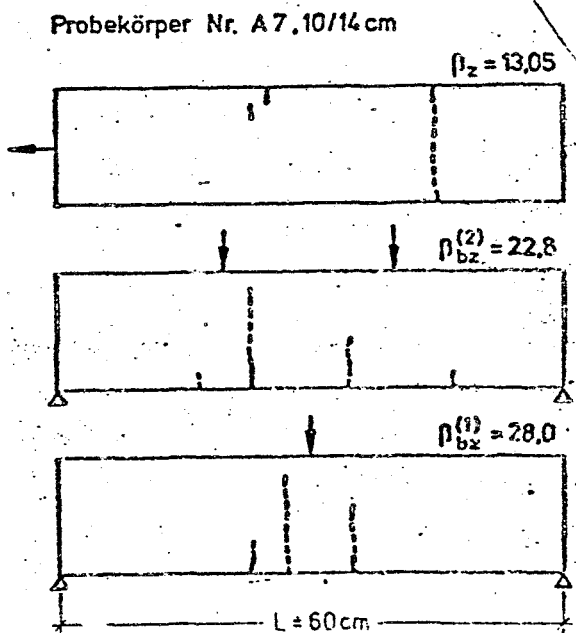
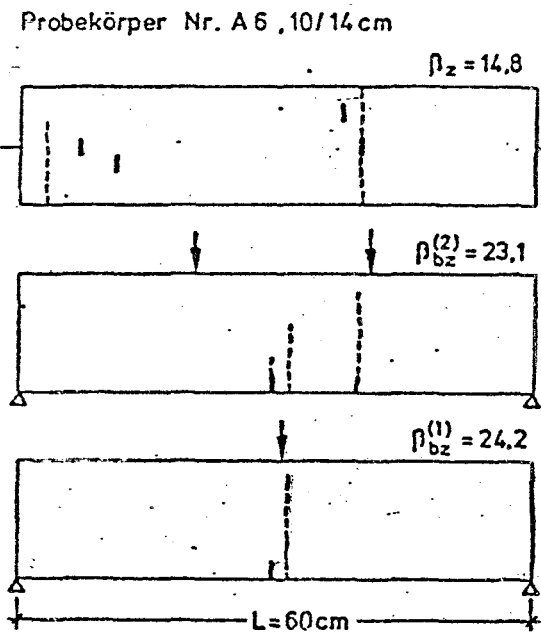
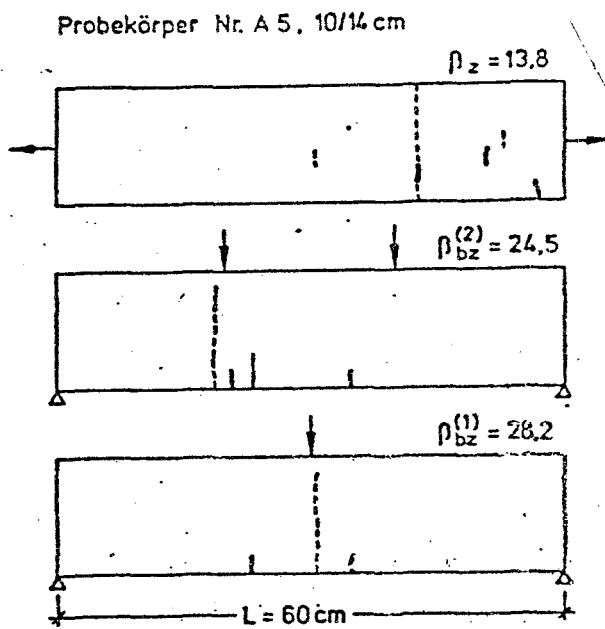


Bild 4.19 (Fortsetzung)

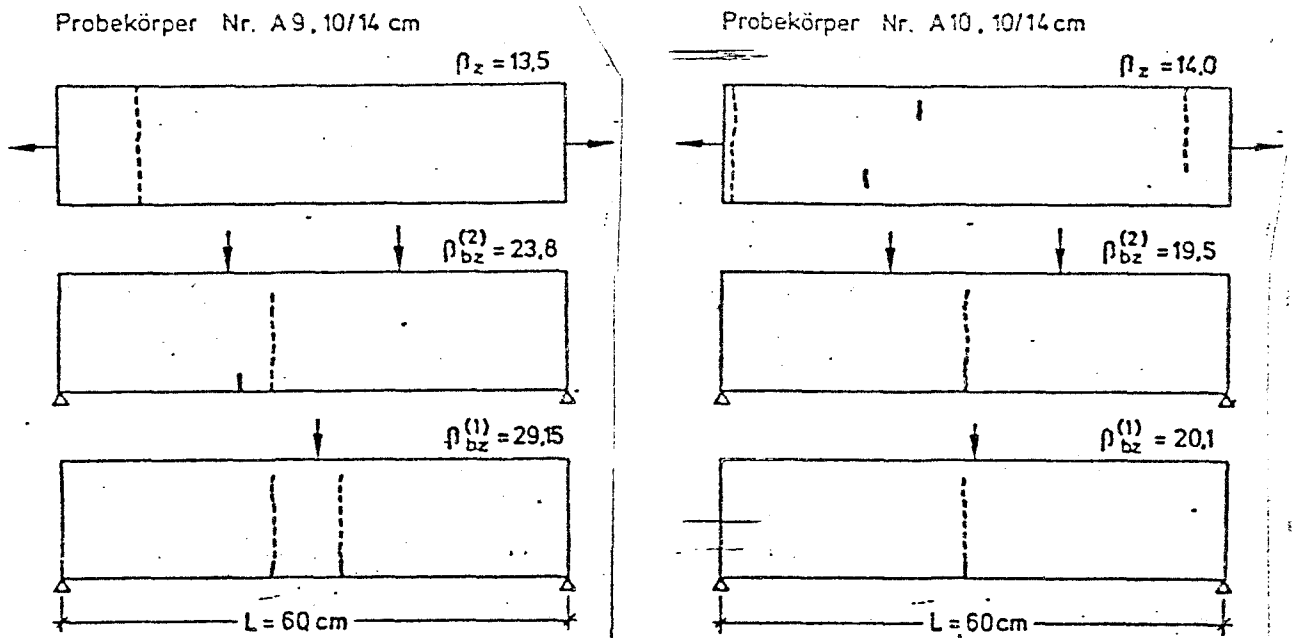


Bild 4.19 (Fortsetzung)

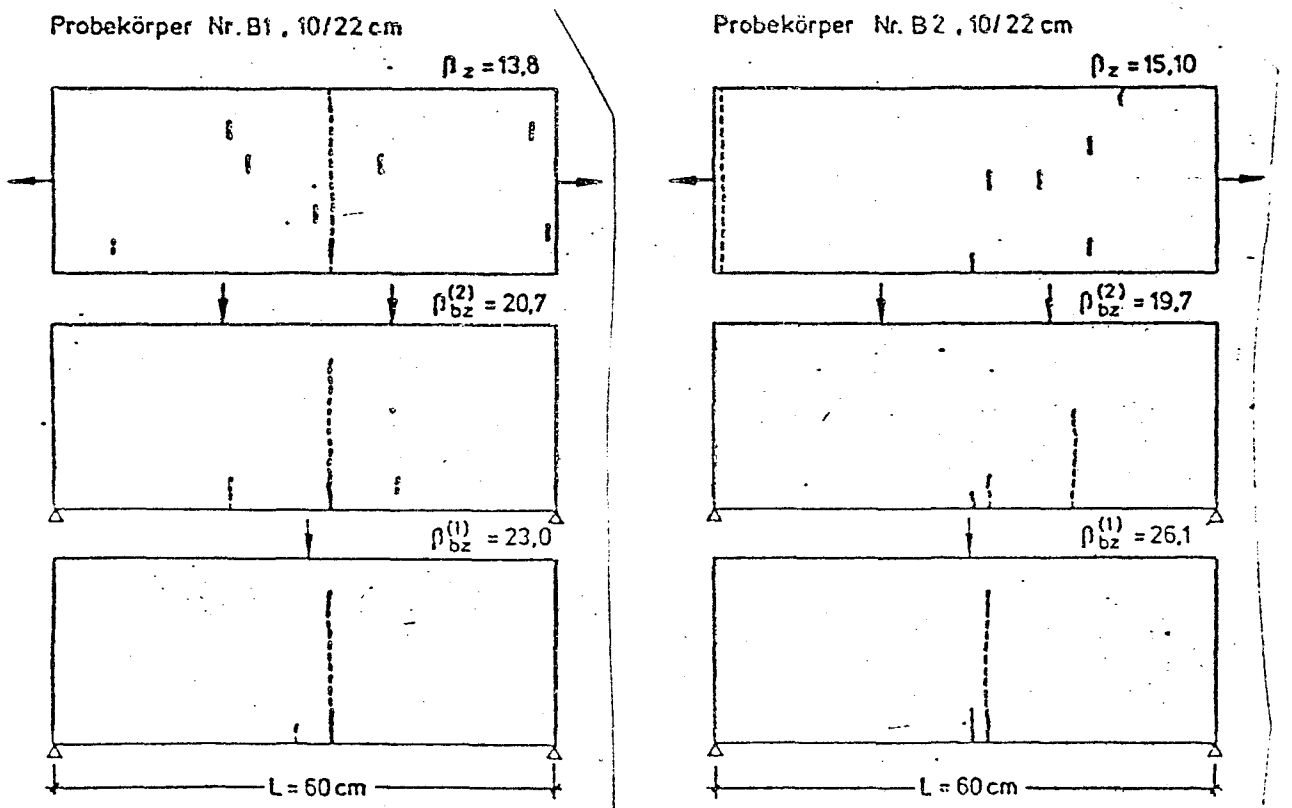
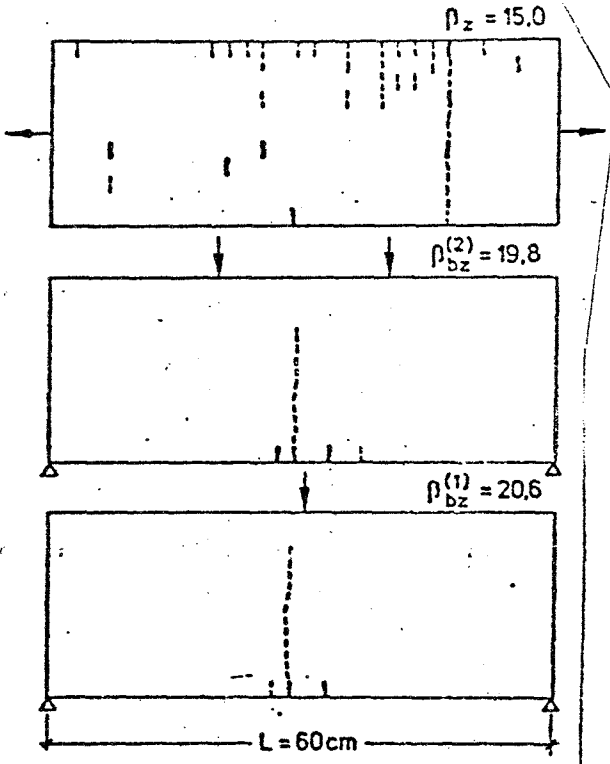
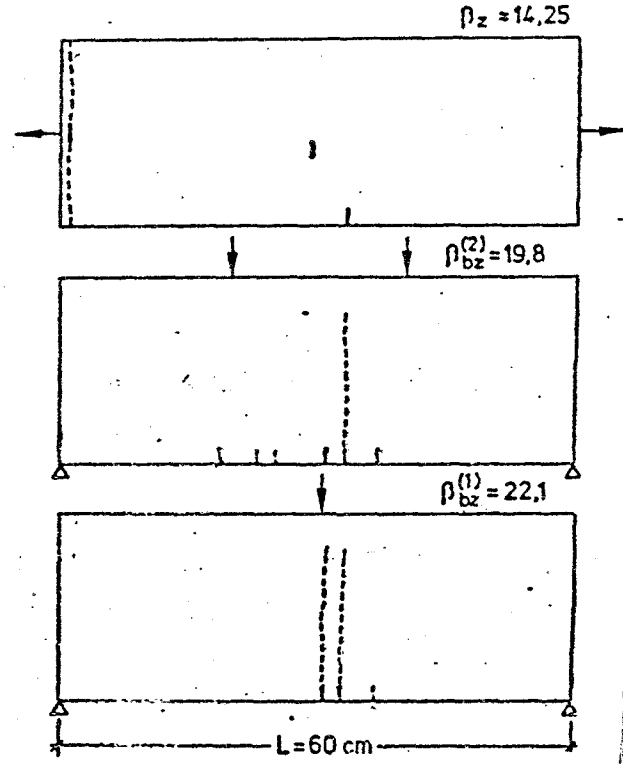


Bild 4.20

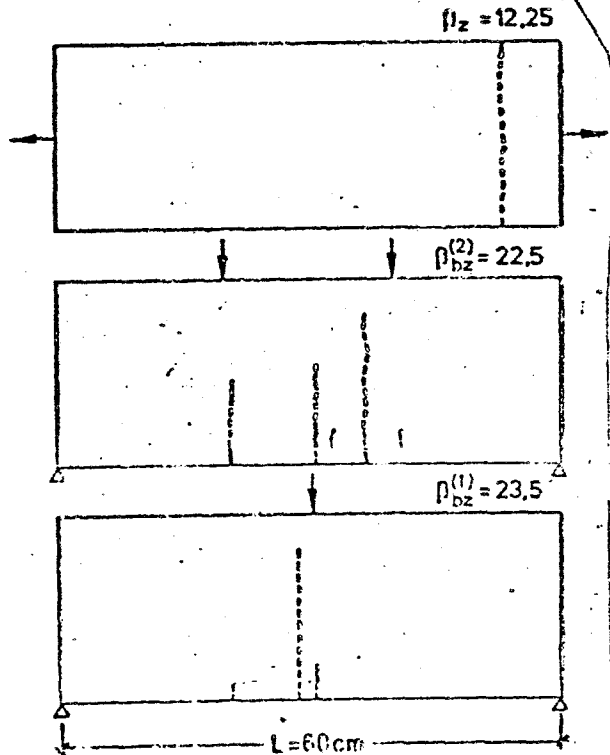
Probekörper Nr. B 3, 10/22 cm



Probekörper Nr. B 4, 10/22 cm



Probekörper, Nr. B 5, 10/22 cm



Probekörper Nr. B 6, 10/22 cm

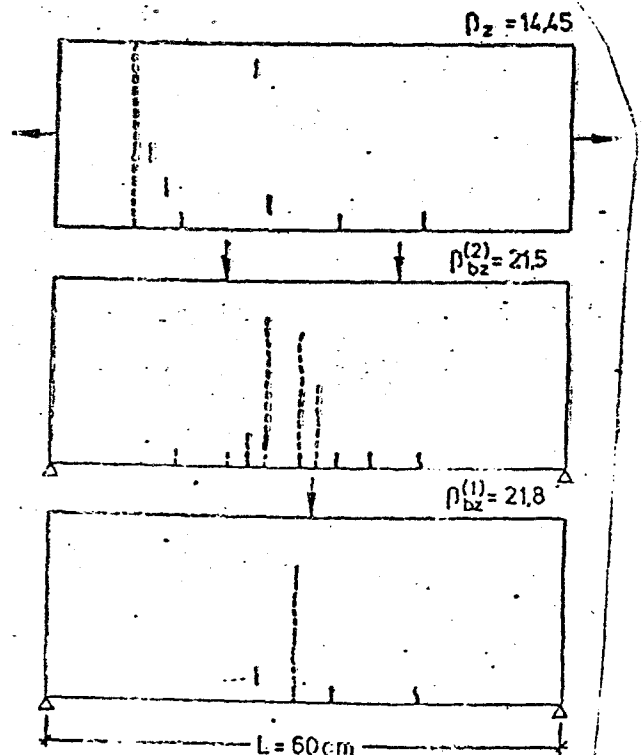
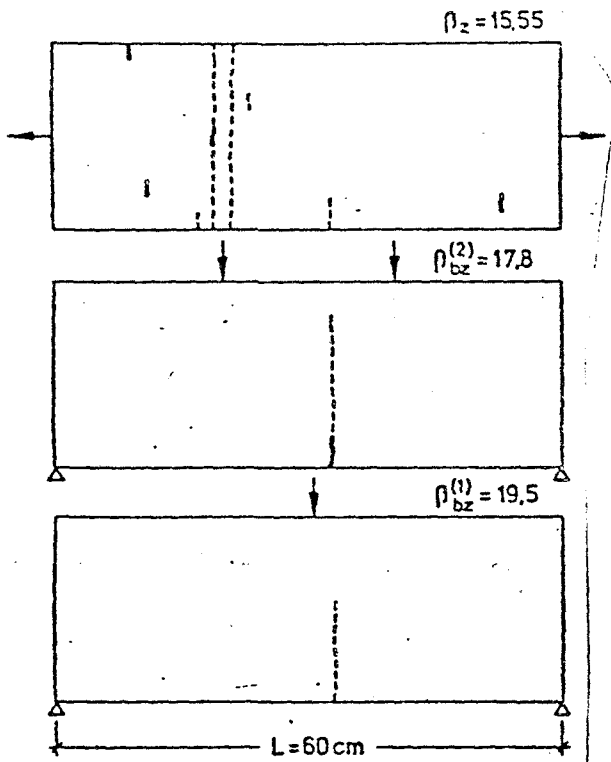
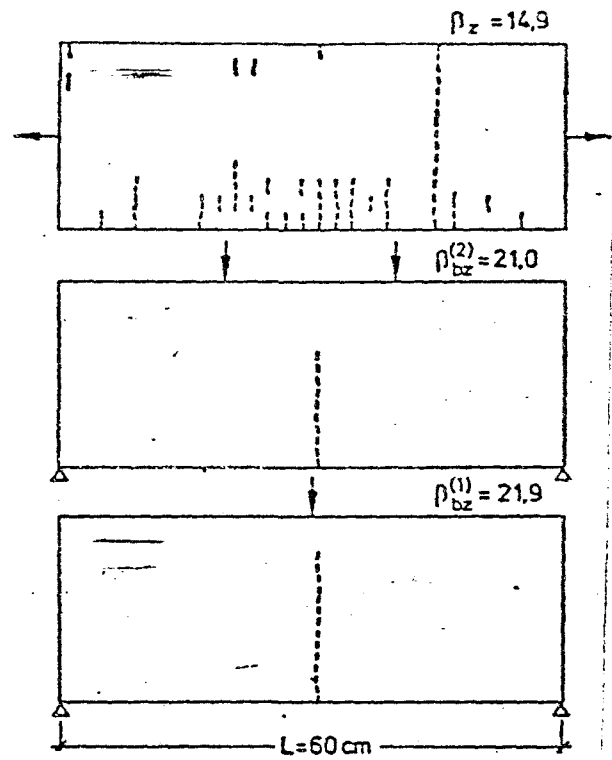


Bild 4.20 (Fortsetzung)

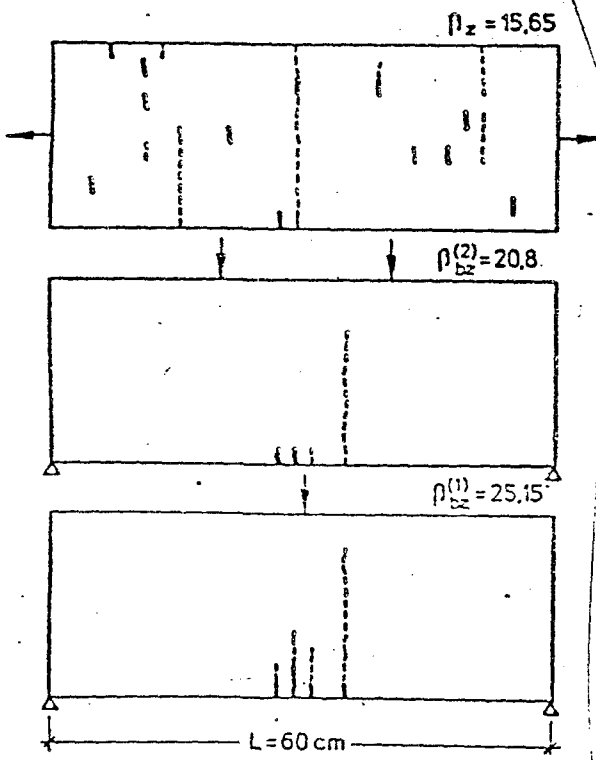
Probekörper Nr. B7, 10/22 cm



Probekörper Nr. B8, 10/22 cm



Probekörper Nr. B9, 10/22 cm



Probekörper Nr. B10, 10/22 cm

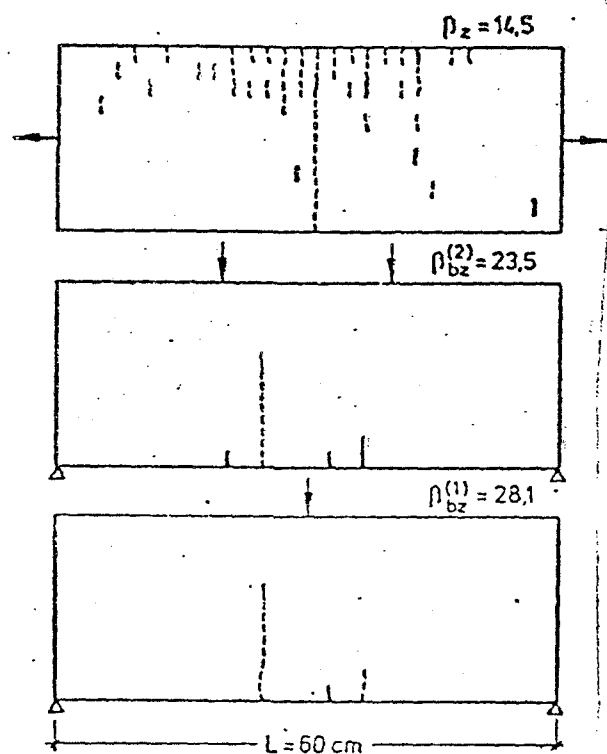


Bild 4.20 (Fortsetzung)

Die Simulationsversuche ermöglichen einen interessanten, experimentell nicht zu verwirklichenden Vergleich der Auswirkung unterschiedlicher Beanspruchungszustände an ein und demselben Körper: Durch die Verwendung gleicher zufälliger Festigkeitsdaten konnten z.B. die beiden Lastfälle für Biegezugversuche einschließlich der entstandenen Mikrorißbilder stets an demselben Körper studiert und einander gegenübergestellt werden. Ebenso konnte dieselbe Serie von Prüfkörpern in Simulationsversuchen mit unterschiedlichen Randbedingungen untersucht werden, um hieraus auf die Notwendigkeit bestimmter Anforderungen gegenüber den Prüfbedingungen zu schließen.

5. Ausblick

Aufbauend auf ein umfassendes Studium des Festigkeits- und Verformungsverhaltens spröder Stoffe, insbesondere von Beton, ist in Abschnitt 4 ein Modell dargestellt, das es erlaubt, die wichtigsten Einflußgrößen des mechanischen Verhaltens dieser Stoffgruppe wirklichkeitsnah zu berücksichtigen. Aus zahlreichen Simulationsversuchen an diesem strukturorientierten statistischen Modell geht eine zufriedenstellende Ähnlichkeit zwischen Modell und Wirklichkeit hervor.

Eine Verbesserung der dargelegten Modellvorstellung ist vielfältig möglich. Von der mechanischen Seite her wäre von Bedeutung, die im vorliegenden Fall vereinfachend eingeführte lineare Dehnungsverteilung auf beliebige ebene oder räumliche Dehnungsverteilungen zu erweitern. Hierdurch würde nicht nur eine Überprüfung der an diesem einfacheren Balken-Modell gewonnenen Ergebnisse möglich, es könnten auch Problemstellungen in Angriff genommen werden, die von Beginn an die Berücksichtigung ebener oder räumlicher Spannungs-Dehnungszustände erfordern. Diese Möglichkeit wird nach Abschluß einer derzeit in Arbeit befindlichen Programmentwicklung gegeben sein.

Eine Verfeinerung der physikalischen Annahmen kann nur anhand weiterer experimenteller Daten erfolgen. Vor allem sind weitere Versuche erforderlich, um die Zusammenhänge zwischen Materialstruktur, Spannungsverteilung und Geometrie zahlenmäßig besser zu belegen. Hierdurch sollte ermöglicht werden, die Maße der dem Modell zugrunde gelegten repräsentativen Volumeneinheiten wirklichkeitsnäher festzulegen. Als ein erster Schritt hierzu, sind im Institut

für Baustoffkunde und Stahlbetonbau der TU Braunschweig Versuche im Gange, die der Klärung der Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe an Betonen mit stark unterschiedlichen Materialstrukturen dienen. Weitere Versuche, nunmehr mit nichtlinearen Spannungsverteilungen sind in Vorbereitung.

Das derzeitige Modell geht ausschließlich von Rißkriterien aus, die aus der Elementarfestigkeit der repräsentativen Volumeneinheiten folgen. In einem weiteren Schritt könnte dieses Kriterium durch Hinzunahme von Energiebetrachtungen ergänzt werden, um in dieser Weise bruchmechanischen Gesichtspunkten Rechnung zu tragen. Erste, allerdings deterministische Berechnungen von HARDY et al. [53] erlauben den Schluß, auf diesem Wege infolge einer deutlichen Verbesserung der physikalischen Grundannahmen dem untersuchten Phänomen wesentlich näher zu kommen.

Parallel zu einer Verbesserung des Strukturmodells müßten weitere Überlegungen angestellt werden, in welcher Form die an solchen Modellen gewonnenen Ergebnisse phänomenologisch formuliert werden können. Auch solche, für den Makrobereich gültige Stoffgesetze müßten allerdings mit bekannten physikalischen Beobachtungen besser im Einklang stehen - die bisher üblichen Annahmen (Bild 3.1) erscheinen hierfür nicht entwicklungsfähig.

Derzeit übliche numerische Berechnungen gehen bei der Festlegung von Riß-Bruch-Kriterien davon aus, daß ein Versagen im untersuchten Bereich - in der Regel in einem Punkt - dann eintritt, wenn Spannungen oder Dehnungen vorgegebene Grenzwerte erreichen. Der offensichtliche Widerspruch dieser Annahmen zu experimentellen Ergebnissen ist bekannt. Hinzu kommt, wie in jüngster Zeit hierauf auch BAŽANT [10] hinweist, daß in dieser Weise durchgeführte Berechnungen mit der FEM einen höchst subjektiven Charakter haben: Die Güte der verwendeten Elemente sowie die gewählte Elemententeilung bestimmen das Ergebnis vorweg !

Eine näherungsweise Verbesserung dieses Kriteriums ist vorstellbar, wenn die "punktweise" Überprüfung des Erreichens einer Grenzbedingung durch eine "gebietsweise" Überprüfung abgelöst würde. In diesem Falle müßte von der Vorstellung ausgegangen werden, daß der Bruch nur dann eintritt, wenn die mittlere Spannung oder Dehnung eines größeren Bereiches einen Grenzwert

erreicht. Diese Annahme entspricht in etwa dem Bruchkriterium von LAJTAL [93], dort allerdings auf kleine Bereiche angewendet.

Grenzwert und Größe des zu überprüfenden Bereiches hängen natürlich von der Materialstruktur ab und müssen aufeinander abgestimmt werden. Bei einer Verwendung der zentrischen Zugfestigkeit, ermittelt an Proben üblicher Abmessungen, könnte man für Spannungsverteilungen, die von der linearen nicht stark abweichen, von einer ähnlichen Definition für die Größe des Bereiches ausgehen, wie dies indirekt KARAVAEV [86] vorschlug (vgl. Abschnitt 2.2.2). Er empfahl, die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Balkenhöhe in Form von $(1 + k/h_z) \cdot \sigma_z$ zu berücksichtigen, wobei h_z die Höhe der Zugzone und k [cm] eine Konstante ist, die durch die Struktureigenschaften des Materials bestimmt wird.

Aus dem Aufbau der Formel ist zu erkennen, daß $k=h_z$ jenen Fall kennzeichnet, bei welchem die Biegezugfestigkeit $\sigma_{bz} = 2,0 \cdot \sigma_z$ ist. Mit anderen Worten heißt es, daß in diesem Falle die mittlere Spannung über die Zugzone - dreieckförmige Spannungsverteilung vorausgesetzt - genau der zentrischen Zugfestigkeit gleich ist, oder daß die Ausdehnung des Bereiches, in welchem die mittlere Spannung zu Vergleichszwecken ermittelt werden sollte, durch das Maß k bestimmt wird. Karavaev gab für Beton $k = 5 \div 7$ cm und für Mörtel $k = 3 \div 4$ cm an. Im Einklang zu dieser Empfehlung müßte für stark nicht-lineare Spannungsverteilungen der Wert k entsprechend vergrößert werden. Um diese Annahmen näher quantifizieren zu können, sind weitergehende experimentelle Untersuchungen erforderlich.

Literaturverzeichnis

[1]

-
Direct tensile test of concrete

RILEM-Bulletin, New Series No. 20, Sept. 1963, S. 84-90

[2]

Addinall, E., Hackett, P.:

Tensile fracture in rock-like materials

Proc. of the 6th Symposium on Rock Mechanics, Rolla, Mo.,
1964, S. 515-538

[3]

Alexander, K. M.:

Strength of the cement-aggregate bond

ACI Journal, Proc. Vol. 56, No. 5, Nov. 1959,
S. 377-390

[4]

Alexander, K.M., Wardlaw, J., Gilbert, D.J.:

Aggregate-cement bond, cement paste strength and the
strength of concrete

Proceedings of the "Int. Conference on the structure of
concrete", Sept. 1965, London, Cement and Concrete
Association, London, 1968, S. 59-81

[5]

Argyris, J.H., Faust, G., Szimmat, J., Warnke, E.P., William, K.J

Recent developments in the finite element analysis of
prestressed concrete reactor vessels

to be published in the Int. Journal of Nuclear Engineering
and Design, Vol 27, 1974

[6]

Avram, C., Filimon, I., Marinov, R.:

Die Biegezugfestigkeit des Betons

Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6,
1968, S. 1543-1545

[7]

Balázs, G.:

A beton húzószilárdságának vizsgálata (Methoden zur Prüfung
der Zugfestigkeit des Betons)

Wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 7 des Lehrstuhls für
Baustoffkunde der TU Budapest, 1973

[8] Balázs, G.:

A beton húzószilárdságának a viszonyszámai (Verhältniszahlen der Zug- und Druckfestigkeiten)

Wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 23 des Lehrstuhls für Baustoffkunde der TU Budapest, 1976

[9] Batdorf, S. B.:

Fracture statistics of brittle materials with intergranular cracks

Nuclear Engineering and Design, Vol. 35, 1975, S. 349-360

[10] Bazant, Z.P.:

Instability, ductility, and size effect in strain-softening concrete

Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of the ASCE, Vol. 102, No. EM2, April 1976, S. 331-344

[11] Berenbaum, R., Brodie, I.:

Measurement of the tensile strength of brittle materials

British Journal of Applied Physics, Vol. 10, Juni 1959, S. 281-287

[12] Bieniawski, Z. T.:

Mechanism of brittle fracture of rock - Part I: Theory of the fracture process

Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 4, 1967, S. 395-406

[13] Blakey, B. E.:

The cracking of fracture of concrete

Civil Engineering and Public Works Review, Vol. 52, No. 615, Sept. 1957, S. 1000 - 1003

[14] Blakey, F. A., Beresford, F. D.:

A note on strain distribution in concrete beams

Civil Engineering and Public Works Reviews, Vol. 50, No. 586 April 1955, S. 415-416

[15] Bonzel, J.:

Biegezug- und Spaltzugfestigkeit des Betons

Beton-Verlag, Düsseldorf, 1965

X
3650

- [16] Bonzel, J.:
Ein Beitrag zur Frage der Verformung des Betons
beton, Vol. 21, Heft 2, Febr. 1971, S. 57-60, Heft 3,
März 1971, S. 105-109
- [17] Brady, B. T.:
A statistical theory of brittle fracture for rock materials
Part I - Brittle fracture under homogeneous axisymmetric
states of stress
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 6, 1969, S. 21-42
- [18] Brown, C. B.:
Minimum volumes to ensure homogeneity in certain
conglomerates
Journal of the Franklin Institute, Vol. 279, No. 3,
März 1965, S. 189-199
- [19] Brown, E. T.:
Strength-size effects in rock material
Proc. of Symposium of Int. Society of Rock Mechanics,
Nancy, 1971, Paper II-11
- [20] Brown, J. H.:
Measuring the fracture toughness of cement paste and mortar
Magazine of Concrete Research, Vol. 24, No. 81, Dez. 1972,
S. 185-196
- [21] Carneiro, F.:
Une nouvelle méthode d'essai pour déterminer la résistance
à traction du béton
RILEM, Paris, 1947
- [22] Chen, A.C.T.:
Constitutive relations of concrete and punch indentation
problems
Dissertation, Lehigh-University, Bethlehem, Pennsylvania,
1973

- [23] Cook, D. J.:
Factors affecting the tensile creep of concrete
Proceedings of the Int. Conference on the Mechanical Behaviour of Materials, Kyoto 1971, S. 214-224
- [24] Cook, D. J., Haque, M. N.:
The tensile creep and fracture of desiccated concrete and mortar on water sorption
RILEM, Materials and Structures, Vol. 7, No. 39, Mai-Juni 1974, S. 191-196
- [25] Daniels, H. E.:
The statistical theory of the strength of bundles of threads
Proc. of the Royal Society, London, Vol. 183, 1945, S. 405-435
- [26] Davidge, R. W., Tappin, G.:
The effective surface energy of brittle materials
Journal of Materials Science, Vol. 3, 1968, S. 165-173
- [27] Davies, J. D., Stagg, K. G.:
Splitting tests on rock specimens
Proceedings of the Second Congress of the Int. Society for Rock Mechanics, Beograd, 1970, Paper 3-48, S. 343-350
- [28] Desay, P., Veerappan, M.:
A new indirect tension test for concrete and other brittle materials
RILEM, Materials and Structures, Vol. 5, No. 30, 1972, S. 371-377
- [29] Domone, P. L.: *zugf., Zugversuchen. Tensile creep*
Uniaxial tensile creep and failure of concrete
Magazine of Concrete Research, Vol. 26, No. 88, Sept. 1974, S. 144-152
- [30] Dougill, J.W.:
Schriftlicher Diskussionsbeitrag
Proc. of the "International Conference on the Structure of Concrete", Sept. 1965, London, Cement and Concrete Association, London, 1968, S. 310-312

B651

[31] Dougill, J. W.:

A mathematical model for the failure of cement paste and mortars

Magazine of Concrete Research, Vol. 19, No. 60, Sept. 1967, S. 135-142

[32] Dougill, J. W.:

Further consideration of a mathematical model for progressive fracture of a heterogenous material

Magazine of Concrete Research, Vol. 23, No., 74, März 1971, S. 5-10

[33] Durelli, A. J., Parks, V.:

Relationship of size and stress-gradient to brittle failure

Proceedings of the 4th US National Congress of Applied Mechanics, 1962, S. 931-938

X [34] Eibl, J., Iványi, G.:

Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton
Heft 260 des DAfStb., Berlin 1976

[35] Einstein, H. H., Beacher, G. B., Hirschfeld, R. C.:

The effect of size on strength of a brittle rock

Proceedings of the Second Congress of the Int. Society for Rock Mechanics, Beograd, 1970, Paper 3-2, S. 7-14

[36] Elvery, R. H., Haroun, W.:

A direct tensile test for concrete under long- oder short-term loading

Magazine of Concrete Research, Vol. 20, No. 63, Juni 1968, S. 111-116

[37] Epstein, B.:

Statistical aspects of fracture problems

Journal of Applied Physics, Vol. 19, Febr. 1948, S. 140-147

[38] Evans, R. H., Marathe, M. S.:

Stress distribution around holes in concrete

RILEM, Materials and Structures, Vol. 1, No. 1, Jan.-Febr. 1968, S. 57-60

- [39] Evans, R. H., Marathe, M. S.:
Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension
RILEM, Materials and Structures, Vol. 1, Jan.-Febr. 1968, S. 61-64
- [40] Fairhurst, C.:
On the validity of the "Brazilian" test for brittle materials
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 1, 1964, S. 535-546
- [41] Finnie, J.:
Some aspects of the statistical nature of brittle strength
The South African Mechanical Engineer, Vol. 18, Febr. 1969, S. 149-156
- [42] Freudenthal, A. M.:
Inelastisches Verhalten von Werkstoffen
VEB Verlag Technik, Berlin 1955
- [43] Freudenthal, A. M.:
Statistical approach to brittle fracture
Kapitel 6 in "Fracture - An Advanced Treatise", Vol. II (Mathematical Fundamentals), ed. by H. Liebowitz, Academic Press, New York, 1968
- [44] Galan, A.:
Die Bildung und Verbreitung von Mikrorissen im Beton bei mittiger Druck- und Zugbeanspruchung
Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6, 1968, S. 1526-1529
- [45] Galloway, J. W., Harding, H. M.:
Elastic moduli of a lean and a pavement quality concrete under uniaxial tension and compression
RILEM, Materials and Structures, Vol. 9, No. 49, 1976, S. 13-18

- [46] Glucklich, J.:
Fracture of plain concrete
Journal of the Engineering Mechanics Division,
Proc. of the ASCE, Vol. 89, No. EM6, Dez. 1963,
S. 127-138
- [47] Glucklich, J., Cohen, L. J.:
Size as a factor in the brittle-ductile transition and
the strength of some materials
Int. Journal of Fracture Mechanics, Vol. , Dez. 1967,
S. 278-289
- 3658 [48] Glucklich, J., Cohen, L. J.: — *Zugvers., Zugvers.*
Strain-energy and size effects in a brittle material
Materials Research & Standards, Vol. 8, Okt. 1968,
S. 17-22
- [49] Griffith, A.:
The phenomena of rupture and flow in solids
Philosophical Transaction, Royal Society of London,
Vol. 221, 1920, S. 163-198
- [50] Hammersley, J. M., Handscomb, D. C.:
Monte-Carlo-Methods
Methuen's Monographs on Applied Probability and
Statistics, London, 1967
- [51] Hannant, D. J.:
The tensile strength of concrete: a review paper
The Structural Engineer, Vol. 50, No. 7, Julie 1972,
S. 253-258
- 3654 [52] Hannant, D. J., Buckley, K. J., Croft, J.:
The effect of aggregate size on the use of the cylindrical
splitting tests as a measure of tensile strength
RILEM, Materials and Structures, Vol. 6, No. 31,
1973, S. 15-21

- [53] Hardy, M. P., Hudson, J. A., Fairhurst, C.:
The failure of rock beams - Part I: Theoretical Studies,
Part II: Experimental Studies
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 10, 1973, S. 53-67 und 69-82
- [54] Hawkes, I., Mellor, M.:
Uniaxial testing in rock mechanics laboratories
Engineering Geology, Vol. 4, 1970, S. 177-285
- [55] Hawkes, I., Mellor, M., Gariepy, S.:
Deformation of rocks under uniaxial tension
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 10, 1973, S. 493-507
- [56] Heckel, K.:
Einführung in die technische Anwendung der Bruchmechanik
Hanser Verlag, München, 1970
- [57] Heilmann, H. G.:
Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons
beton, 1969, Heft 2, S. 68 - 70
- [58] Heilmann, H. G.:
Zugspannung und Dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten
bei exzentrischer Belastung
Dissertation, TU München, 1975
- B656 X [59] Heilman, H., Hilsdorf, H., Finsterwalder, K.: *zugf. Hilsdorf*
Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugspannungen
Bericht Nr. 64 der MPA für Bauwesen der TH München, 1967
- [60] Hillemeier, B.:
Bruchmechanische Untersuchungen des Rißfortschritts in
zementgebundenen Werkstoffen
Dissertation, TH Karlsruhe, 1976
- [61] Hilsdorf, H.:
Versuchstechnische Probleme beim Studium der Verformungs-
eigenschaften des Betons
Materialprüfung, Vol. 5, Nr. 11, Nov. 1963, S. 421-428

[62]

Hobbs, D. W.:

The tensile strength of rocks

Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 1, 1964, S. 385-396

[63]

Hobbs, D. W.:

An assessment of a technique for determining the tensile
strength of rock

British Journal of Applied Physics, Vol. 16, 1965,
S. 259-268

[64]

Hobbs, D. W.:

The strength and deformation of concrete under
short-term loading: a review

Technical Report No. 42.484 - Cement and Concrete
Association, London, Sept. 1973

[65]

Hodgson, K., Cook, N. G. W.:

Stampel und Herleitung

The effect of size and stress gradient on the strength
of rock

Proceedings of the Second Congress of the Int. Society
for Rock Mechanics, Beograd, 1970

[66]

Hsu, T. T. C., Slate, F. O.:

Tensile bond strength between aggregate und cement
paste or mortar

ACI Journal, Proc. Vol. 60, No. 4. April 1963,
S. 465-486

[67]

Hsu, T. T. C., Slate, F.O., Sturman, G. M., Winter, G.:

Microcracking of plain concrete and the shape of the
stress-strain curve

ACI Journal, Proc. Vol. 60, No. 2, Febr. 1963,
S. 209-224

[68]

Hudson, J. A.:

Tensile strength and the ring test

Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 6, 1969, S. 91-97

- [69] Hudson, J. A., Brown, E. T., Rummel, F.:
The controlled failure of rock discs and rings loaded in
diametral compression
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol. 9, 1972, S. 241-248
- [70] Hudson, J. A., Crouch, S. L., Fairhurst, C.:
Soft, stiff and servo-controlled testing machines: a review
with reference to rock failure
Engineering Geology, Vol. 6, 1973, S. 155-189
- 3658 X [71] Hughes, B. P., Chapman, G. P.: *zugf. (Kongr.)*
The deformation of concrete and microconcrete in
compression and tension with particular reference
to aggregate size
Magazine of Concrete Research, Vol. 18, No. 54,
März 1966, S. 19-24
- [72] Hughes, B. P., Chapman, G. P.:
The complete stress-strain curve for concrete in direct
tension
RILEM-Bulletin, No. 30, 1966, S. 95-97
- 3659 X [73] Hughes, B. P., Ash, J. E.: *zugf. Mikroverformung*
Short-term loading and deformation of concrete in uniaxial
tension and pure torsion
Magazine of Concrete Research, Vol. 20, No. 64, Sept. 1968,
S. 145-154
- [74] Hughes, B. P., Ash, J. E.:
Anisotropy and failure criteria for concrete
RILEM, Materials and Structures, Vol. 3, No., 18, 1970,
S. 371-374
- [75] Imbert, I. D. C.:
The effect of holes on tensile deformations in plain
concrete
Highway Research Abstracts, Vol. 39 (12), 1969, S. 72

[76] Inglis, C. E.:

Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners

Transactions of the Institution of Naval Architects, London, März 1913

[77] Irwin, G. R., Kies, J. A.:

Fracturing and fracture dynamics

Welding Research Supplement, Febr. 1952, S. 95-s-100-s

[78] Jaeger, J. C., Hoskins, E. R.:

Stresses and failure in rings of rock loaded in diametral tension or compression

British Journal of Applied Physics, Vol. 17, 1966, S. 685-692

[79] Johnston, C. D.:

Strength and deformation of concrete in uniaxial tension and compression

Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 70, März 1970, S. 5-16

X [80] Johnston, C. D., Sidwell, E. H.:

Testing concrete in tension and in compression

Magazine of Concrete Research, Vol. 20, No. 65, Dez. 1968, S. 221-228

[81] Jones, R.:

A method of studying the formation of cracks in a material subjected to stress

British Journal of Applied Physics, Vol. 3, No. 7, Juli 1952, S. 229-232

[82] Jones, R.:

The failure of concrete specimens in compression and flexure

Chapter 2 in "Mechanical properties of non-metallic brittle materials", ed. by W. H. Walton, Butterworth Scientific Publications, London, 1958, S. 29-34

- [83] Kadlecek, V., Spetla, Z.:
Neue Prüfmethode und Beziehung zwischen der Zugfestigkeit und anderen Festigkeiten des Betons
Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6, 1968, S. 1550-1552
- [84] Kaplan, M. F.:
Crack propagation and the fracture of concrete
ACI Journal, Proc. Vol. 58, No. 5, Nov. 1961, S. 591-610
- [85] Kaplan, M. F.:
Strains and stresses of concrete at initiation of cracking and near failure
ACI Journal, Proc. Vol. 60, No. 7, Julie 1963, S. 853-879
- [86] Karavaev, A.:
Abhängigkeit der Festigkeit des Betons auf Zug bei Biegung und ausmittiger Belastung von den Querschnittsabmessungen
Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6, 1968, S. 1545 - 1547
- [87] Kesler, C. E., Lott, J. L., Naus, D. J.:
Fracture mechanics - Its applicability to concrete
Proceedings of the Int. Conference on the Mechanical Behavior of Materials, Kyoto 1971, S. 113-124
- [88] Knappe, O.:
Einführung in die Monte-Carlo-Methode
Beitrag. Nr. 6 in "Arbeitsberichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke", LKI der TU München, Heft 1, Sept. 1972, S. 97-117
- [89] Komlós, K.:
Factors affecting the stress-strain relation of concrete in uniaxial tension
ACI Journal, Proc. Vol. 66, No. 2, Febr. 1969, S. 111-114

[90]

Komlós, K.:

Über den Einfluß der Querschnittsfläche auf die Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Betons im unmittelbaren Zugversuch

beton, Heft 8, 1970, S. 345-349

[91]

Komlós, K.:

Comments on the long-term tensile strength of plain concrete

Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 73, Dez. 1970, S. 232,-238

[92]

Krishnawamy, K. T.:

Mechanism of failure and microcracking of plain concrete under uniaxial tensile loading

Indian Concrete Journal, Mai 1971, S. 204-208 u. 222

[93]

Lajtai, E. Z.:

Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation

Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 9, 1972, S. 569-578

[94]

Lindner, C. P., Sprague, J. C.:

Effect of depth of beam upon the modulus of rupture of plain concrete

Proceedings of the ASTM, Vol. 55, 1955, S. 1062-1084

[95]

Lott, J., Kesler, C. E.:

Crack propagation in plain concrete

Symposium on "Structure of portland cement paste in Concrete"

Special Report No. 90, Highway Research Board, Washington D. C. 1966, S. 204-218

[96]

Malcov, K. A.:

Einfluß der Wassersättigung auf die mechanischen Eigenschaften des Betons

Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6, 1968, S. 1576-1578

[97]

Malhotra, V. M.:

Concrete rings for determining tensile strength of concrete

ACI Journal, Proc. Vol. 67, No. 4, April 1970, S. 354-357

3664 X [98]

Martin, H.:

Zugfestigkeit

Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung

Schriftenreihe des DAfStb, Heft 228, Berlin 1973

[99]

McClintock, F. A., Walsh, J. B.:

Friction on Griffith cracks in rock under pressure

Proc. of the 4th US National Congress on Applied Mechanics, 1962, S. 1015-1021

3665 X [100]

McNeely, D. J., Lash, S. D.:

Zugf. Spaltung

Tensile strength of concrete

ACI Journal, Proc. Vol. 60, No. 6, Juni 1963, S. 751-763

[101]

Meichsner, F.:

Zugelastizität und Zugplastizität bei Beton auf Grund von Versuchen

Wissenschaftliche Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6, 1968, S. 1547-1548

[102]

Mellor, M., Hawkes, I.:

Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli

Engineering Geology, Vol. 5, 1971, S. 173-225

[103]

Mindess, S., Nadeau, J. S.:

Effect of notch width on K_{Ic} for mortar and concrete

Cement and Concrete Research, Vol. 6, 1976, S. 529-534

[104]

Moavezadeh, F., Kuguel, R.:

Fracture of concrete

Journal of Materials, Vol. 4, Nov. 3. Sept. 1969, S. 497-519

- [105] Nakayama, J.:
Direct measurement of fracture energies of brittle heterogeneous materials
Journal of the American Ceramic Society, Vol. 48, No. 11, Nov. 1965, S. 583-587
- [106] Narrow, I., Ullberg, E.: *engl. Spalt. Brüche*
Correlation between tensile splitting strength and flexural strength of concrete
ACI Journal, Proc. Vol. 60, No. 1, Jan. 1963, S. 27-38
B 666
- [107] Nielsen, K. E. C.:
Effect of various factors on the flexural strength of concrete test beams
Magazine of Concrete Research, Vol. 5, No. 15, März 1954, S. 105-114
- [108] Nishimatsu, Y.:
Statistical considerations on the brittle fracture
Proceedings of the 10th Japan Congress on Test of Materials, Kyoto 1967, S. 132-135
- [109] O'Clery, D. P., Byrne, J. G.:
Testing concrete and mortar in tension
Engineering, Vol. 189, No. 4900, 18. März 1960, S. 384-385
- [110] Okada, K., Koyanagi, W.:
Effect of aggregate on the fracture process of concrete
Proceedings of the Int. Conference on the Mechanical Behaviour of Materials, Kyoto 1971, S. 72-83
- [111] Oladapo, I. O.: *engl. &*
Cracking and failure in plain concrete beams
Magazine of Concrete Research, Vol. 16, No. 47, Juni 1964, S. 103 - 110
B 667
- [112] Orowan, E.:
Fracture and strength of solids
Rep. Progr. Physics, Vol. 12, 1949, S. 185 - 232

[113]

Orowan, E.:

Fundamentals of brittle behaviour in metals

Symposium on "Fatigue and fracture of metals",
John Wiley & Sons, New York, 1950

[114]

Patten, B. J. F.:

unf. Ballerig.

The effects of adhesiv bond between coarse anggregate
and mortar on the physical properties of concrete

UNICIV Report No. R-82, University of New South Wales,
Kensington, Australia, Febr. 1972

[115]

Peirce, F. T.:

Tensile tests for cotton yarnsv. "The weakestlink"
theorems on the strength of long and of composite
specimens

Journal of the Textile Institut, Vol. 17, 1926
S. 355-368

[116]

Philleo, R. E.:

The origin of strength of concrete

Symposium on "Structure of portland cement paste and
concrete", Special Report No. 90, Highway Research Board,
Washington D. C., 1966, S. 175-185

[117]

Popovics, S.:

The fracture mechanism in concrete: how much do we know?

Journal of the Structural Division, Proc. of the ASCE,
Vol. 95, No. EM3, Juni 1969, S. 531-544

[118]

Radjy, F., Hansen, T.C.:

Fracture of hardened cement paste and concrete

International Congress on Fracture, April 1973, München,
Paper PL IX-133 - Verein Deutscher Eisenhüttenleute,
Düsseldorf

[119]

Reinhardt, H. W.:

Zur Kombination Bruchmechanik, Beton, Wärmespannungen
Materialprüfung, Bd. 16, Nr. 6, Juni 1974, S. 174-176

- [120] Rüsch, H.:
Physikalische Fragen der Betonprüfung
Zement-Kalk-Gips, Jg. 12, Heft 1, Jan. 1959,
S. 1-9
- [121] Rüsch, H.:
Die Ableitung der charakteristischen Werte der Beton-
zugfestigkeit
beton, Heft 2, 1975, S. 55-58 (Jg. 25)
- [122] Rüsch, H., Hilsdorf, H.:
Verformungseigenschaften von Beton unter zentrischen
Zugspannungen
Bericht Nr. 44 des MPA für das Bauwesen, TH München,
1963
- [123] Savanick, G. A., Johnson, D. I.:
Measurements of the strength of grain boundaries in
rock
Int. Journal of Rock Mechanics and Minings Sciences,
Vol. 11, 1974, S. 173-180
- [124] Schack, R.:
Ein Beitrag zur Berechnung der Durchbiegung von Stahl-
betonbauteilen auf wahrscheinlichkeitstheoretischer
Grundlage
Dissertation, TU Darmstadt, 1974
- [125] Schwiete, H., Ludwig, U., Albeck, J.:
Die Bindungen von Zuschlagstoffen an Zementstein
Wiss. Zeitschrift der TU Dresden, Band 17, Heft 6,
1968, S. 1587-1590
- [126] Sell, R.:
Einfluß der Zwischenlagen auf Streuung und Größe der
Spaltzugfestigkeit
Schriftenreihe des DAfStb., Heft 155, Teil I, Berlin 1963

- [127] Shah, P., McGarry, F. J.:
Griffith fracture criterion and concrete
Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of
the ASCE, Vol. 97, No. EM 6, Dez. 1971, S. 1663-1676
- 3669 [128] Singh, B. G.:
Specific surface of aggregates related to compressive
and flexural strength of concrete
ACI Journal, Proc. Vol. 54, No. 10, April 1958,
S. 897-907
- [129] Smith, C., Guttman, L.:
Measurement of internal boundaries in three-dimensional
structures by random sectioning
Transactions, American Institut of Mining Engineering,
Journal of Metals, Januar 1953, S. 81-87
- [130] Spooner, D. C.:
Measurement of the tensile strength of concrete by
an indirect method - The cylinder splitting test
Technical Report TRA 419 - Cement and Concrete
Association, London, Mai 1969
- [131] Stroeven, P.:
Some aspects of the micromechanics of concrete
Stevin Laboratory, Technologycal University of Delft,
1973
- [132] Swan, G.:
The observation of sracks propagating in rock plates
Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences,
Vol 12, 1975, S. 329-334
- [133] Tepfers, R.:
A theory of bond applied to overlapped tensile reinfor-
cement splices for deformed bars.
Publication 73/2, Division on Concrete Structures,
Chalmers University of Technology, Göteborg,
Schweden, 1973

[134] Testa, R. B., Stubbs, N.:
Concrete failure related to constituent properties
Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. of
the ASME, Vol. 102, No. EM3, Juni 1976, S. 515-529

[135] Todd, J. D.:
The determination of tensile stress-strain curves for
concrete
Proc. of the Institut of Civil Engineers, Vol. 4,
No. 2, 1955, S. 201-211

[136] Tucker, J.:
Statistical theory of the effect of dimensions and of
method of loading upon the modulus of rupture of beams
Proceedings of the ASTM, Vol. 41, 1941, S. 1072-1089

[137] Vasilu, D.:
Torsionszugfestigkeit des Betons
Betonsteinwerk + Fertigteil-Technik, Heft 2, 1975,
S. 76-81

[138] Vorlicek, M.:
The effect of the extent of stressed zone upon the
strength of material
Acta Technica CSAV, No. 2, 1963, S. 149-175

[139] Wagner-Grey, U.:
Tragfähigkeit von Beton unter inneren Pressungen nach
den Modellen der dickwandigen Hohlkugel und des dick-
wandigen Hohlzylinders
Cement and Concrete Research, Vol. 6, No. 1, 1976,
S. 15-28

X [140] Walker, S., Bloem, D. L.: *Zugfestigkeit, Traggrößeneinfluss*
Effects of aggregate size on properties of concrete
ACI Journal, Proc. Vol. 57, No. 3, Sept 1960,
S. 283-298

B670

- [141] Walsh, J. B.:
The effect of cracks in rocks on Poisson's ratio
Journal of Geophysical Research, Vol. 70, No. 20,
Okt. 1965, S. 5249-5257
- [142] Walsh, P. F.:
Fracture of plain concrete
The Indian Concrete Journal, Vol. 46, Nov. 1972,
S. 469, 470, 476
- [143] Wawersik, W. R.:
Detailed analysis of rock failure in laboratory compression tests
Dissertation, University of Minnesota, 1968
- [144] Weibull, W.:
A statistical theory of strength of materials
Handlingar Nr. 151, Ingeniörs Vetenskaps Akademien,
Stockholm, 1939
- [145] Weibull, W.:
The phenomenon of rupture in solids
Handlingar Nr. 153, Ingeniörs Vetenskaps Akademien,
Stockholm, 1939
- [146] Welch, G. B.:
Tensile strains in unreinforced concrete beams
Magazine of Concrete Research, Vol. 18, No. 54,
März 1966, S. 9 - 18
- [147] Welch, G. B., Haisman, B.:
The application of fracture mechanics to concrete
and measurement of fracture toughness
RILEM, Materials and Structures, Vol. 2, No. 9,
1969, S. 171-177
- [148] Westergaard, H. M.:
Bearing pressures and cracks
Journal of Applied Mechanics, Vol. 61A, 1939,
S. 49-62

[149] Winnie, D. H., Wundt, B. M.:

Application of the Griffith-Irwin theory of crack propagation to the bursting behaviour of discs including analytical and experimental studies

Transactions, ASME, Vol. 80, 1958, S. 1643-1655

X [150] Wright, P. J. F.: *Zugf., Biegezugf.*

The effect of the method of test on the flexural strength of concrete

Magazine of Concrete Research, Vol. 4, No. 11, Okt. 1952, S. 67-76

[151] Wright, P. J. F.:

Comments on an indirekt tensile test on concrete cylinders

Magazine of Concrete Research, Vol. 7, No. 20, Juli 1955, S. 87-96

[152] Zienkiewicz, O. C., Cheung, Y. K.:

The finite element method in structural continuum mechanics

McGraw-Hill Ltd., London, 1972

X [153] Zimbelmann, R.: ?

Untersuchung der Kontaktzone zwischen Zuschlag und Zementstein

2. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben "Technische Möglichkeiten zur Erhöhung der Zugfestigkeit von Beton", Universität Stuttgart, 1975

A n h a n g

Steifigkeitsbeziehungen eines geschichteten Balkenelementes

Die Ansätze

$$u = \{1 \ x\} \{\alpha_1 \ \alpha_2\}^T$$

$$w = \{1 \ x \ x^2 \ x^3\} \{\alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6\}^T$$

enthalten 6 Freiwerte, denen die 6 Knotenparameter eines auf Normalkraft und einachsige Biegung beanspruchten Balkenelementes gegenüber stehen (Bild 4.5):

$$\{\delta\}^T = \{u_i \ w_i \ \theta_i \ u_k \ w_k \ \theta_k\}$$

Die Knotenverschiebungen θ_i und θ_k sind hierbei als erste Ableitungen der w -Verformungen zu bilden:

$$\theta = - \frac{dw}{dx}$$

Die Knotenverschiebungen müssen dem Verschiebungsansatz genügen, so daß es unter Verwendung von Elementkoordinaten (Bild 4.5) gilt:

$$\{\delta\} = [C] \{\alpha\},$$

wobei

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . & . & . \\ . & . & 1 & . & . & . \\ . & . & . & -1 & . & . \\ 1 & l & . & . & . & . \\ . & . & 1 & l & l^2 & l^3 \\ . & . & . & -1 & -2l & -3l^2 \end{bmatrix}$$

ist. Durch Bildung der Inversmatrix $[C]^{-1}$ können die Freiwerte $\{\alpha\}$ durch die Knotenverschiebungen $\{\delta\}$ ersetzt werden:

$$\{\alpha\} = [C]^{-1}\{\delta\}$$

Der Verschiebungsansatz lautet dann:

$$\{u | w\}^T = \{1 \ x | 1 \ x \ x^2 \ x^3\} \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6\}^T$$

$$\{v\} = \{P\}^T \{\alpha\}$$

$$\{v\} = \{P\}^T [C]^{-1} \{\delta\}$$

Hierin ist

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . & . & . \\ -1/l & . & . & 1/l & . & . \\ . & 1 & . & . & . & . \\ . & . & -1 & . & . & . \\ . & -3/l^2 & 2/l & . & 3/l^2 & 1/l \\ . & 2/l^3 & -1/l^2 & . & -2/l^3 & -1/l^2 \end{bmatrix}$$

Die integrierten Spannungsgrößen sowie die zugehörigen Verzer-
rungen lassen sich in je einem Vektor zusammenfassen:

$$\{\sigma\}^T = \{N \ M\}^T$$

$$\{\epsilon\}^T = \{du/dx | -d^2w/dx^2\}^T$$

Das verallgemeinerte Spannungs-Dehnungsgesetz des Balkens lautet
dann:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\},$$

wobei $[D]$ die Elastizitätsmatrix ist. Um die Elemente der Elasti-
zitätsmatrix zu finden, müssen die Spannungen unter Beachtung
einer linearen Dehnungsverteilung über den Querschnitt integriert
werden.

Die Verschiebung u_s in der Mittellinie des i -ten Streifens kann durch die Knotenverschiebungen u und θ des Balkenelementes unter Beachtung der geometrischen Zusammenhänge in Bild 4.6. ausgedrückt werden:

$$u_s = u + \theta \cdot z = u - z \cdot \frac{dw}{dx}$$

Hieraus folgen die Streifendehnungen:

$$\epsilon_s = \frac{du_s}{dx} - z \cdot \frac{d^2w}{dx^2}$$

$$\epsilon_s = \{\epsilon\}^T \{1 \ z\}^T$$

Unter Annahme der Gültigkeit des Hookschen Gesetzes für die einzelnen Streifen

$$\sigma_s = \epsilon_s E_s$$

können die Komponenten N und M des verallgemeinerten Spannungsvektors durch Summieren der Anteile über alle Streifen gewonnen werden:

$$N = \sum_n \sigma_i F_i = \sum_n E_i F_i \left(\frac{du}{dx} - z_i \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \right)$$

$$M = \sum_n \sigma_i F_i z_i + \sum_n M_{oi} = \sum_n E_i F_i z_i \left(\frac{du}{dx} - z_i \cdot \frac{d^2w}{dx^2} \right) + \sum_n M_{oi}$$

M_{oi} bezeichnet hierbei den Momentenanteil, der an der über die Elementhöhe konstanten Krümmung der einzelnen Streifen geweckt wird:

$$M_{oi} = \int \sigma_i z_i dF = -E_i I_{oi} \frac{d^2w}{dx^2}$$

$$(I_{oi} \hat{=} \text{Trägheitsmoment des Streifens})$$

Führt man die Bezeichnungen

$$\bar{F} = \sum_n E_i F_i$$

$$\bar{S} = \sum_n E_i F_i z_i$$

$$\bar{I} = \sum_n E_i (F_i z_i^2 + I_{oi})$$

ein, lassen sich die Spannungs-Dehnungsbeziehungen wie folgt angeben:

$$N = \bar{F} \frac{du}{dx} - \bar{S} \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$M = \bar{F} \frac{du}{dx} - \bar{I} \frac{d^2 w}{dx^2}$$

Die eingeführten Größen \bar{F} , \bar{S} und \bar{I} stellen demnach die Koeffizienten der Elastizitätsmatrix dar:

$$[D] = \begin{bmatrix} \bar{F} & \bar{S} \\ \bar{S} & \bar{I} \end{bmatrix}$$

Der Verzerrungsvektor $\{\epsilon\}$ kann aus der Ansatzfunktion durch Differenzieren gewonnen werden:

$$\{\epsilon\} = \{du/dx | -d^2 w/dx^2\}^T = \begin{bmatrix} . & 1 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & -2 & -6x \end{bmatrix} \{a\}^T$$

oder

$$\{\epsilon\} = [Q] \{a\} = [Q] [c]^{-1} \{\delta\}$$

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}$$

wobei

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & . & . & \frac{1}{l} & . & . \\ . & \frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3} & -\frac{4}{l} + \frac{6x}{l^2} & . & -\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3} & -\frac{2}{l} + \frac{6x}{l^2} \end{bmatrix}$$

ist.

Die Knotenlasten $\{f\}$ können ähnlich den Knotenverschiebungen $\{\delta\}$ in einem Vektor zusammengefaßt werden:

$$\{f\}^T = \{N_i \ Q_i \ M_i \ N_k \ Q_k \ M_k\}$$

Die Verknüpfung zwischen den Knotenlasten und den Knotenverschiebungen kann durch Anwendung des Prinzips virtueller Verschiebungen hergestellt werden, in dem die Arbeit der Knotenkräfte an virtuellen Knotenverschiebungen $\{\hat{\delta}\}$ und die der inneren Spannungen an gleichwertigen virtuellen Verzerrungen $\{\hat{\epsilon}\}$ ausgedrückt wird:

$$\{f\}^T \{\hat{\delta}\} = \int_L \{\sigma\}^T \{\hat{\epsilon}\} dx$$

Durch Einführung der Zusammenhänge

$$\{\sigma\}^T = \{\epsilon\}^T [D]^T = \{\epsilon\}^T [D] \quad ([D] \hat{=} \text{symm!})$$

$$\{\epsilon\}^T = \{\delta\}^T [B]^T$$

$$\{\sigma\}^T = \{\delta\}^T [B]^T [D]$$

$$\{\hat{\epsilon}\} = [B] \{\hat{\delta}\}$$

lautet die Gleichung ausführlich:

$$\{f\}^T \{\hat{\delta}\} = \int_L \{\delta\}^T [B]^T [D] [B] \{\hat{\delta}\} dx$$

Diese Beziehung muß für alle virtuellen Verschiebungsvektoren $\{\hat{\delta}\}$ gültig sein, woraus

$$\{f\} = [k] \{\delta\}$$

mit

$$[k] = \int_L [B]^T [D] [B] dx \quad - \quad \text{Elementsteifigkeitsmatrix}$$

folgt. Die Elemente der Matrix gewinnt man nach Durchführung

der Integration in geschlossener Form:

$$[k] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \bar{F}/l & 0 & \bar{S}/l & -\bar{F}/l & 0 & -\bar{S}/l \\ & 12\bar{I}/l^3 & -6\bar{I}/l^2 & 0 & -12\bar{I}/l^3 & -6\bar{I}/l^2 \\ & & 4\bar{I}/l & -\bar{S}/l & 6\bar{I}/l^2 & 2\bar{I}/l \\ \hline & \text{symm.} & & \bar{F}/l & 0 & \bar{S}/l \\ & & & & 12\bar{I}/l^3 & 6\bar{I}/l^2 \\ & & & & & 4\bar{I}/l \end{array} \right]$$

Zur Überprüfung der Streifendehnungen ϵ_s muß der Verzerrungsvektor $\{\epsilon\}$ bekannt sein, der seinerseits koordinatenabhängig ist. Bei hinreichend kleinen Balkenelementen genügt es, ϵ_s in dem Elementmittelpunkt zu bilden und dabei auch den geringfügigen Biegeanteil aus M_{oi} zu vernachlässigen. Hieraus folgen die Beziehungen:

$$\{\epsilon\}_{l/2} = [B]_{l/2} \{\delta\}$$

$$[B]_{l/2} = \begin{bmatrix} -1/l & . & . & 1/l & . & . \\ . & . & -1/l & . & . & 1/l \end{bmatrix}$$

$$\{\epsilon\}_{l/2} = 1/l \{-u_i + u_k \mid -\theta_i + \theta_k\}^T$$

$$\epsilon_s = \{\epsilon\}_{l/2}^T \{1 \mid z\}^T = 1/l \{-u_i + u_k \mid -\theta_i + \theta_k\} \{1 \mid z\}^T$$

$$\epsilon_s = 1/l (-u_i + u_k - z_i \theta_i + z_i \theta_k)$$

